

2. ஓயக்கனியல்

ஸ்கேலார் மற்றும் வெக்டார்

- இயற்பியல் அளவுகள்**
- ஸ்கேலார் (திசையிலி) : எண்மதிப்பு மட்டும் பெற்றிருக்கும்
எ - கா : நீளம், நிறை, காலம்
 - வெக்டார் (திசை அளவுரு) : எண் மதிப்பும், திசையும் பெற்றிருக்கும்.
எ.கா. இடப்பெயர்ச்சி, முடுக்கம், திசைவேகம், விசை

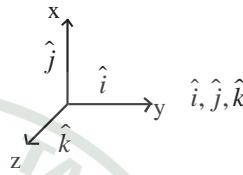
வகைகள் :

1) ஒரலகு வெக்டார் :

ஒரலகு எண்மதிப்பு கொண்ட வெக்டார். $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

குத்து அலகு வெக்டார்

ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து திசையில் செயல்படுவது



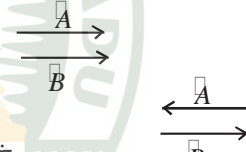
2) சுழி வெக்டார் :

சுழி எண்மதிப்பு கொண்ட வெக்டார்.

- எ.கா. 1) நிலையாக உள்ள பொருளின் திசைவேகம்
2) சீரான திசைவேகத்தில் செல்லும் பொருளின் முடுக்கம்
3) இரு சமமான எதிரெதிரான வெக்டர்களின் தொகுபயன்

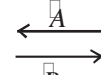
3) சம வெக்டர்கள் :

சம எண்மதிப்பும், ஒரேதிசையும் பெற்றுள்ள இரு வெக்டர்கள்



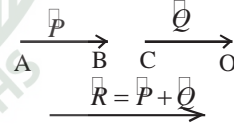
4) எதிர்மறை வெக்டர்கள் :

சமமான மதிப்பும், எதிரெதிர்திசையும் கொண்ட இரு வெக்டர்கள்



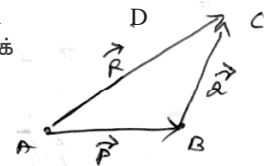
வெக்டார் கூட்டல் :

ஒரே கோட்டின் வழியே செயல்படும் P மற்றும் Q கூடுதல் $R = P + Q$



வெக்டர்களின் முக்கோண விதி :

இரு வெக்டர்கள், வரிசைப்படி ஒரு முக்கோணத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கருதப்பட்டால், அவற்றின் தொகுபயன் எதிர்வரிசையில் அந்த முக்கோணத்தின் மூடியப்பக்கமாக இருக்கும். $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$

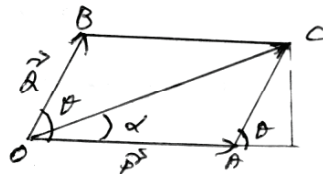


வெக்டர்களின் இணைகரவிதி :

இரு வெக்டர்கள் இணைகரம் ஒன்றின் இரு அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கருதினால் அவற்றின் தொகுபயன் இவ்விரு வெக்டர்கள் சந்திக்கும் புள்ளியிலிருந்து வரையப்பட்ட மூலைவிட்டத்தின் எண் மதிப்பாலும், திசையாலும் குறிக்கப்படும்.

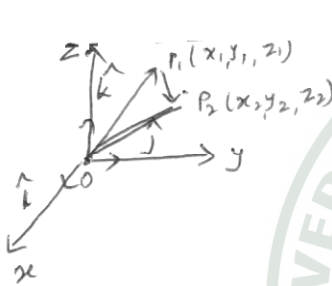
$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\theta \sin \theta}{P + Q \cos \theta}$$



சிறப்புநேர்வுகள் :

ஒரு வெக்டர்களின் திசை	θ	R	α	முடிவு
1. ஒரே திசையில்	0°	$R = P + Q$	$\alpha = 0$	எண் மதிப்புகளின் கூடுதல் தனிவெக்டர்களின் திசை
2. எதிரெதிரான திசையில்	180°	$R = P - Q$	$\alpha = 0$	எண் மதிப்புகளின் வேறுபாடு பெரிய வெக்டரின் திசை
3. செங்குத்தாக	90°	$R = \sqrt{P^2 + Q^2}$	$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)$	P உடன் α கோணத்தில் செயல்படும்.

ஆயத்தொலைவுகளால் வெக்டரை குறிப்பிடுதல் :


$$\vec{OP} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\vec{OP}_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$$

$$\vec{OP}_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$$

$$\vec{P}_1\vec{P}_2 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

ஓரலகு வெக்டர் $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

$$\hat{a} = \frac{A_x}{|\vec{A}|}\hat{i} + \frac{A_y}{|\vec{A}|}\hat{j} + \frac{A_z}{|\vec{A}|}\hat{k}$$

$$\hat{a} = \cos \alpha \hat{i} + \cos \beta \hat{j} + \cos \gamma \hat{k}$$
வெக்டரை ஸ்கேலரால் பெருக்கல் :

ஸ்கேலரை வெக்டரால் பெருக்க கிடைப்பது ஒரு வெக்டர்.

எ.கா. : $\vec{F} = m\vec{a} =$ நிறை X முடுக்கம்

$\vec{P} = m\vec{j} =$ நிறை X திசைவேகம்

ஸ்கேலர் X வெக்டர் = வெக்டர்

ஸ்கேலர் பெருக்கல் அல்லது புள்ளி பெருக்கல் :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

இது ஒரு ஸ்கேலர்

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A^2(a)A = (\vec{A} \cdot \vec{A})^{1/2}$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{i} = \hat{k} \cdot \hat{i} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{j} = 0$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

வெக்டர் பெருக்கல் அல்லது குறுக்குப் பெருக்கல்

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta \hat{n}$$

இது ஒரு வெக்டர், திசை : இருவெக்டர்கள் உள்ள தளத்திற்கு செங்குத்தாக

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

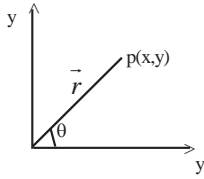
$\vec{A} \times \vec{A} = 0$ இரு இணை வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் சுழி

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} - (A_x B_z - B_x A_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k}$$

திசையை குறிக்க வலதுகை திருகுவிதி, வலதுகை பெருவிரல் விதி பயன்படும்

நிலை வெக்டர் :



கிடைதள கூறு : $x = r \cos \theta$

செங்குத்து கூறு : $y = r \sin \theta$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

குறிப்பாயம் :

பொருளொன்றின் நிலை மற்றும் இயக்கத்தை குறிக்கும் ஆய அச்சுகளின் தொகுப்பு.

நிலை குறிப்பாயம்	நிலைமற்ற குறிப்பாயம்
1) நியூட்டனின் முதல் விதிக்கு உட்படும்	நியூட்டனின் நிலை விதிக்கு உட்படாது
2) எவ்வித விசையும் செயல்படாத வரை தன் நிலையை மாற்றி கொள்ளாது	விசையை செயல்படாத போதிலும் தன் நிலையை மாற்றிகொள்ளும்
3) முடுக்கப்படாத குறிப்பாயம்	முடுக்கப்பட்ட குறிப்பாயம்

ஒரு பரிமாண இயக்கம் :

இயக்கம் ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் மட்டும் செயல்படும்.

- எ.கா :**
- நேரான தண்டவாளத்தில் இயக்கும் ரயில்
 - எறும்பின் இயக்கம்
 - தானாகவே விழும் பொருளின் இயக்கம்.

1) **தொலைவு :** இரு நிலைகளுக்கிடையில் பொருள் மேற்கொள்ளும் பாதையின் மொத்த நீளம்.
இது ஸ்கேலர்

2) **இடப்பெயர்ச்சி (S) :** இரு நிலைகளுக்கிடையே உள்ள மிகக் குறைந்த தொலைவு.
வட்டத்தின் தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி சுழி
அலகு m.
பரிமாண வாய்ப்பாடு (L)

3) வேகம் :	திசைவேகம் (V)
தொலைவு மாறுபடும் வீதம் இது ஒரு ஸ்கேலர் அலகு ms^{-1} பரிமாண வாய்ப்பாடு $[\text{LT}^{-1}]$	இடப்பெயர்ச்சி மாறுபடும் வீதம் இது ஒரு வெக்டர் அலகு ms^{-1} $[\text{LT}^{-1}]$ $V = \frac{ds}{dt}$ $V = \frac{s}{t}$

- வகைகள் :**
- சீரான திசைவேகம் : சமகால அளவில் சமஅளவு இடப்பெயர்ச்சி மேற்கொள்ளும்.
 - சீரற்ற திசைவேகம் : சமகால இடைவெளியில் சமமற்ற இடப்பெயர்ச்சி மேற்கொள்ளும்.
 - சராசரி திசைவேகம் : $V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$
 - உடனடி திசைவேகம் : துகள் கிடைக்கும் பாதையில் எந்த ஒரு கணத்திலும் திசைவேகம்
$$V = \frac{ds}{dt}$$

4) முடுக்கம் :

திசைவேகம் மாறுபடும் வீதம்.

$$a = \frac{v - u}{t}$$

இது ஒரு வெக்டர்.

அலகு ms^{-2} , பரிமாண வாய்ப்பாடு : LT^{-2}

$$\text{கணநேர முடுக்கம் } a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

வகைகள்



$$\text{சராசரி முடுக்கம் } a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

இயக்க சமன்பாடுகள் :

- a) $V = u + at$
- b) $S = ut + \frac{1}{2} at^2$
- c) $S = ut - at^2$
- d) $S = \frac{1}{2} (u + v) t$
- e) $V^2 = u^2 + 2as$
- f) $Sn = u + \frac{a}{2} (2n - 1)$




இடப்பெயர்ச்சி வரி வரைபடம்

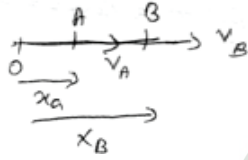
	வரைபடம்	முக்கிய பண்பு
1.		<p>நிலையான பெருள், இடப்பெயர்ச்சி மாறிலி</p> <p>சாய்வு = 0</p> <p>உடனடி திசைவேகம் = 0</p>
2.		<p>மாறா திசைவேகம்</p> <p>சாய்வு அதிகரிக்கும் போது திசைவேகமும் அதிகரிக்கும்.</p> <p>சாய்வு +Ve</p>
3.		<p>மாறாத முடுக்கத்தில் இயக்கும் போது மேல்நோக்கி அதிகரிக்கும் காலம் அதிகரிக்கும் போது வரைபடத்தின் சாய்வும் அதிகரிக்கும் திசைவேகம் அதிகரிக்கும்.</p>
4.		<p>மாறாத எதிர்முடுக்கத்தில் இயங்கும்போது கீழ்நோக்கி குறையும் காலம் அதிகரிக்கும்போது சாய்வு குறையும்</p>
5.		<p>முடிவிலா திசைவேகத்தில் இயங்கும் இது கடக்க சாத்தியமில்லை. சாய்வு = $\tan 90^\circ$ முடிவில்.</p>
6.		<p>காலம் அதிகரிக்க அதிகரிக்க இடப்பெயர்ச்சி சுழியாகும் வரை குறையும்.</p>

திசைவேகம் - காலம் வரைபடம்

	வரைபடம்	முக்கிய பண்பு
1.		<p>பொருள் மாறாத திசைவேகத்தில் இயங்கும்</p> <p>உடனடி முடுக்கம் = 0</p>
2.		<p>தொடக்க திசைவேகம் சுழியிலிருந்து மாறாத முடுக்கத்தில் இயக்கம்</p> <p>காலம் அதிகரிக்கும்போது உடனடி திசைவேகமும் அதிகரிக்கும் சாய்வு +Ve.</p>
3.		<p>மாறாத முடுக்க இயக்கம் தொடக்க திசைவேகம் சுழி இல்லை OA - தொடக்க திசைவேகம்</p> <p>பரப்பளவு = பொருள் கடந்த தொலைவு.</p>
4.		<ul style="list-style-type: none"> • முடுக்கம் அதிகரிக்கும் போது வளைவு மேல்நோக்கி அதிகரிக்கும். • சாய்வு +Ve • காலம் அதிகரிக்கும் போது உடனடி திசைவேகமும் அதிகரிக்கும்.
5.		<p>பொருள் எதிர்முடுக்கம் பெரும்.</p> <p>சாய்வு கோணம் $\theta < 90^\circ$</p>
6.		<ul style="list-style-type: none"> • முடுக்கம் குறைகிறது. • சாய்வு காலம் அதிகரிக்கும்.

முடுக்கம் - காலம் வரைபடம்

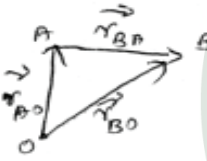
வரைபடம்	முக்கிய பண்பு
1. 	மாறாத முடுக்கம் உடனடி முடுக்கம் = 0
2. 	மாறாத முடுக்கத்தில் அதிகரிக்கும். சாய்வு $\theta < 90^\circ$ சாய்வு +Ve
3. 	மாறாத முடுக்கத்தில் குறையும். சாய்வு $\theta < 90^\circ$ சாய்வு -Ve

சார்வு திசைவேகம் :

$$V_A = \frac{dX_A}{dt}$$

$$V_B = \frac{dX_B}{dt}$$

A யை சார்ந்து B ன் திசைவேகம் = $V_B - V_A$



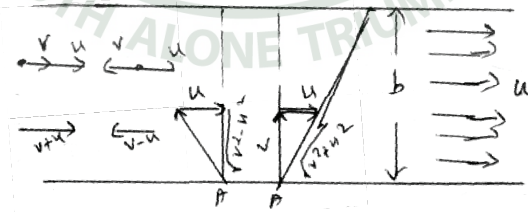
இரு பரிமாணத்தில்

$$\vec{V}_{BA} = \vec{V}_{BO} - \vec{V}_{AO}$$

இயங்கும் இரு புள்ளிகளின் சார்வுதிசைவேகம் என்பது அரண் ஆதிப்புள்ளியை பொருத்து இரு வெக்டர்களின் வேறுபாட்டிற்கு சமம்.

சார்வு திசைவேகத்தின் பயன்பாடு :

ஆற்றில் உள்ள நீரில் படகு (அ) நீந்தும் மனிதனின் சார்வு திசைவேகம் காண பயன்படுகிறது.



தரையை பொருத்து

நீரின் உள் படகின் சார்வு திசைவேகம் = $v + u$

நீரின் மேல் படகின் சார்வு திசைவேகம் = $v - u$

நீரின் படகின் செங்குத்து இயக்கத்தில் படகின் மீது நீர்

கொடுக்கும் செங்குத்து திசைவேக கூறு

= ஆற்றில் செல்லும் நீரின் திசைவேகம்.

$$\sin \theta = \frac{u}{v}$$

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{u}{v} \right)$$

ஆற்றைக் கடக்கும் படகின் திசைவேகம்

$$v \cos \theta = \sqrt{v^2 - u^2}$$

$$\text{நேரம் } t = \frac{b}{\sqrt{v^2 - u^2}}$$

தானாக கீழே விழும் பொருளின் இயக்கம் :

$$1) \quad V = gt$$

$$2) \quad h = \frac{1}{2} gt^2$$

$$3) \quad V^2 = 2gh$$

N - வது நொடியில் இடப்பெயர்ச்சி

$$h_{n+h} = \frac{1}{2} g(2n-1)$$

• நடுவரை கோட்டுப்பகுதியில் $g = 9.78/\text{ms}^{-2}$

• துருவப் பகுதியில் $g = 9.831\text{ms}^{-2}$

செங்குத்தாக மேல்நோக்கிய இயக்கம் :

$$\text{பெரும் உயரம் அடையும் எடுத்துக்கொள்ளும் காலம்} = t = \frac{u}{g}$$

$$\text{பெரும் உயரம்} = h = \frac{u^2}{2g}$$

$$\text{பரக்கும் காலம்} = t = \frac{2u}{2g}$$

சாய்தளத்தில் பொருளின் இயக்கம் :

$$u = 0$$

$$a = g \sin \theta = \theta \text{ மாறிலி}$$

$$a) \quad V = (g \sin \theta) t$$

$$b) \quad S = \left(\frac{1}{2} g \sin \theta \right) t^2$$

$$c) \quad V^2 = (2 g \sin \theta) S$$

எறிபொருளின் இயக்கம் :

ஈர்ப்பு விசையினால் தொடக்க திசைவேகம் கொடுக்கப்பட்டு இயங்கும் பொருளொன்று மேற்கொள்ளும் பாதை.

எ.கா. : துப்பாக்கியிலிருந்து வெளிப்படும் குண்டு.

விமானத்திலிருந்து போடப்படும் குண்டு.

இதன் பாதை பரவளையம் :

கிடைத்தள எறிதல் :

$$t = \frac{x}{u}$$

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2}$$

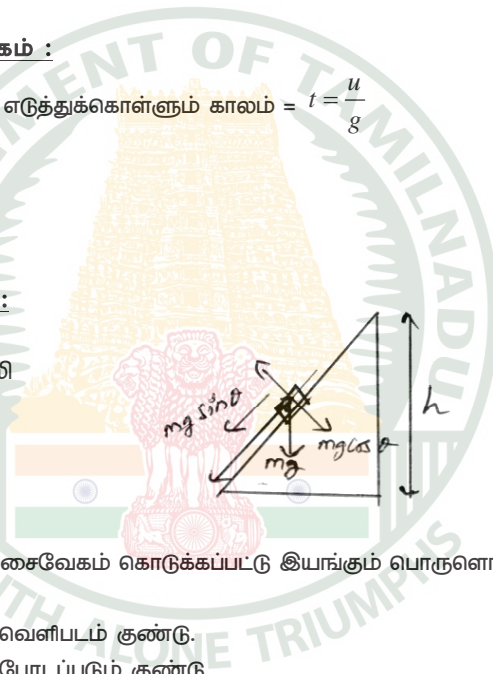
$$\text{கிடைத்தள வீச்சு } u = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x = ut$$

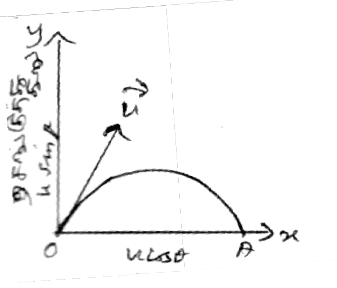
$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

எந்த ஒரு கணத்திலும் $v = \sqrt{u^2 + g^2 t^2}$

$$\tan \beta = \frac{gt/u}{\sqrt{2h/g}}$$



கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் எறியத்தின் இயக்கம் :



கிடைக்கூறு

$$y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2u^2 \cos^2 \theta}$$

$$v = \sqrt{u^2 + g^2 t^2 - 2gtu \sin \theta}$$

$$\text{பெரு உயரம் : } h = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

(செங்குத்து வீச்சு)

$$\text{பறக்கும் காலம் : } t = \frac{2u^2 \sin \theta}{g}$$

$$\text{கிடைத்தள வீச்சு : } R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

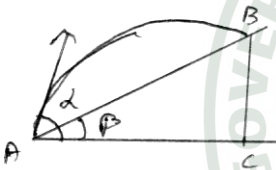
$$\text{பெரும் கிடைத்தள வீச்சு : } R = \frac{u^2}{g}$$

($\theta = 45^\circ$)

• எறிபொருள் கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்திலோ அல்லது $(90^\circ - \theta)$ கோணத்திலோ எறியப்பட்டாலும் கிடைத்தள வீச்சு மாறாது

• கிடைத்தள வீச்சு = n X g பெரும் உயரம் எனில் $\tan \theta = \frac{4}{n}$

சாய்தளத்தில் ஒரு புள்ளியிலிருந்து எறியப்பட்ட பொருளின் இயக்கம் :



$$t = \frac{2u \sin(\alpha - \beta)}{g \cos \beta}$$

$$R = \frac{u^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{2g \cos \beta}$$

சீரான வட்ட இயக்கம் :

வட்டப்பாதையில் மாறாத திசைவேகத்தில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கம்.

முடுக்கம் = மாறிலி

திசை தொடர்ந்து மாறும்.

வேலை = 0

சுற்று காலம் $v = rw$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{w}$$

$$\text{அதிர்வெண் } \gamma = \frac{1}{T} = \frac{w}{2\pi} = 2\pi\gamma$$

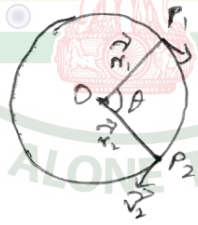
* தொடுவியல் திசைவேகம் மாறிலி, திசை மாறும்.

* மையத்தை பொருத்து மாறாத திசைவேகம்.

* சுற்றுகாலம், அதிர்வெண் மாறிலி.

$$\text{மையநோக்கு முடுக்கம் } a = \frac{v^2}{r} = w^2 r = wr$$

$$F = \frac{mv^2}{r}$$



கோண இ.பெ θ

கோண தி.வே $w = \frac{d\theta}{dt}$

கோண முடுக்கம் $\alpha = \frac{dw}{dt}$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$r = rw$$

$$a = r\alpha$$

சீரற்ற வட்ட இயக்கம் :

துகள் சீரற்ற திசைவேகத்தில் இயக்கும் போது

முடுகம் மையநோக்கு முடுக்கம் + தொடுகோட்டில் திசைவேகமாறுபாடு

$$\vec{a} = \left(\frac{v^2}{r}\right)\hat{r} + \left(\frac{dv}{dt}\right)\hat{t}$$

\hat{r} = ஆரத்தின் வழியே வெளிநோக்கி செயல்படும்.

\hat{t} = தொடுதிசையின் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்

$\left(\frac{dv}{dt}\right) = +ve$ எனில் காலம் அதிகரிக்கும்போது திசைவேகம் அதிகரிக்கும்.

திசைவேக வெக்டர் திசையில் செயல்படும்.

$\left(\frac{dv}{dt}\right) = -ve$ எனில் திசைவேகம் குறையும்

திசைவேக வெக்டர் திசைக்கு எதிர்திசையில் செயல்படும்.

மேலும் சில குறிப்புகள் :**இயக்கவியல் :**

இயக்கத்தை ஏற்படுத்தும் விசையை கருதாமல் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் மற்றும் காலத்திற்கிடையேயான தொடர்பை கூறுவது.

இயக்கவிசையியல் :

விசைகளின் தாக்கத்தின் காரணமாக பொருள்கள் இயங்குவரை பற்றி கூறுவது.

இருபரிமாண இயக்கம் :

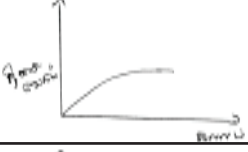
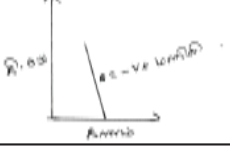
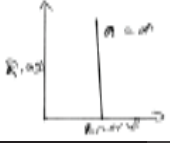
இயக்கம் இருகூறுகளாக பிரிக்கப்படும். எ.கா. ஒரு தளத்தில் இயங்கும் பொருள்கள்.

மூப்பரிமாண இயக்கம் :

காலத்தை சார்ந்து பொருளின் நிலையின் மூன்று கூறுகளும் மாறினால் அவ்வியக்கம் மூப்பரிமாண இயக்கம்.

எ.கா. பாறைகளின் இயக்கம், வானில் காற்றாடியின் இயக்கம், மூலக்கூறு ஒன்றின் இயக்கம்.

திசைவேகம் - காலம் வரைபடம் :

வரைபடம்	வரைபடத்தின் முக்கிய பண்பு
	<ul style="list-style-type: none"> சாய்வு குறையும் முடுக்கம் குறைவதை குறிக்கும்
	<ul style="list-style-type: none"> சாய்வு -Ve எதிர்முடுக்கம்
	<ul style="list-style-type: none"> வரைபடம் கால அச்சுக்கு செங்குத்து திசைவேக அச்சுக்கு இணை சாய்வு = $\tan 90^\circ = \alpha$ முடுக்கம் = α

இயக்கச் சமன்பாடுகள் :

இயக்கசமன்பாடுகள்	ஈர்ப்பு விசையால் இயக்கம்		சுழல் இயக்க சமன்பாடுகள்
	கீழ்நோக்கி இயக்கம்	மேல்நோக்கி	
$v = u \pm at$	$v = u + gt$	$v = u - gt$	$w = w_0 + \alpha t$
$S = ut \pm \frac{1}{2} at^2$	$S = ut + \frac{1}{2} gt^2$	$S = ut - \frac{1}{2} gt^2$	$\theta = w_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v^2 = u^2 \pm 2as$	$V^2 = u^2 + 2gs$	$V^2 = u^2 - 2gs$	$w^2 = w_0^2 + 2\alpha\theta$
$D_n = u + \frac{G}{2} (2n-1)$	$D_n = u + \frac{G}{2} (2n-1)$	$D_n = u - \frac{G}{2} (2n-1)$	

எறிபொருள் :

திடைத்தளத்திலிருந்து θ கோணத்தில் எறியப்பட்ட எறியத்தின் திசைவேகத்தை n மடங்கு அதிகரித்தல்.

- மேல்நோக்கி இயங்கும் காலம் n மடங்கு அதிகரிக்கும்.
- கீழ்நோக்கி இயங்கும் காலம் n மடங்கு அதிகரிக்கும்.
- பறக்கும் காலம்
- பெரும் உயரம் n^2 மடங்கு அதிகரிக்கும்.
- கிடைத்தளவீச்சு n^2 மடங்கு அதிகரிக்கும்.

கிடைத்தள வீச்சு பெருமம் எனில்

- பறக்கும் காலம் $T = \frac{\sqrt{2u}}{g}$
- பெரும் உயரம் $H = \frac{Rm}{4}$

காற்று தடையால் விளைவு :

- பெரும் வீச்சு குறையும்
- வேகம் குறையும்

உயால் விளைவு

- a) வீச்சு, 500 Km க்கு மேல் இருந்தால் g மாறிலியாக இருக்காது
b) புவியின் மையத்தை நோக்கி செப்பும் எனவே எறிபொருள் நீள்வட்ட பாதையை மேற்கொள்ளும்.

முக்கிய முடிவுகள்	
1. எறிபொருளின் முடுக்கம்	இது மாறிலி, இது கீழ்நோக்கி செயல்படும்.
2. எறிபொருளின் திசைவேகம் எறிபொருளின் இயக்க ஆற்றல்	வெவ்வேறு கணத்தில் வெவ்வேறாக இருக்கும் தொடங்கும் புள்ளியில் பெரும்மம் (u) பெரும் உயரத்தில் குறைவு u cosθ
3. பெரும் புள்ளியில் நேர்கோட்டு உந்தம்	$P_H = mu \cos \theta$
4. சிறும புள்ளியில் நேர்கோட்டு உந்தம்	$P_o = mu$
5. பெரும் கிடைத்தள வீச்சு	$R_{\max} = \frac{u^2}{g}$
6. கிடைத்தளவீச்சு சமம்	(1) எறிகோணம் θ or 90° - θ (2) எறிகோணம் (45°+θ) (or) (45°-θ)
7. கோண உந்தம்	$L = (mu \cos \theta) \times H$

வட்ட இயக்கம் :**மைய நோக்கு விசை :**

மையத்தை நோக்கி ஆரத்தின் வழியே செயல்படும் விசை

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

$$F = mr\omega^2$$

சொங்குத்து வட்ட இயக்கத்தில் மேல் புள்ளியில் திசைவேகம் $r \geq \sqrt{rg}$

சொங்குத்து வட்ட இயக்கத்தில் கீழ் புள்ளியில் திசைவேகம் $r \leq \sqrt{5rg}$

சொங்குத்து வட்ட இயக்கத்தில் மேல் புள்ளியில் இழுவிசை $T \geq 0$

சொங்குத்து வட்ட இயக்கத்தில் கீழ் புள்ளியில் இழுவிசை $T \geq bmg$

மிதி வண்டி ஓட்டி வளைவு பாதையில் நழுவி விழாமல் இருக்க நியதி

$$\mu_s \geq \frac{r^2}{rg}$$

உராய்வு குணகம்.

வளைவு பாதையின் விளிம்பு + உயர்த்தப்படவேண்டிய கோணம் :

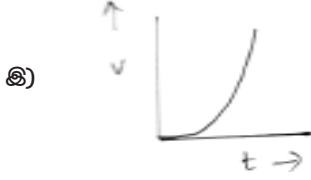
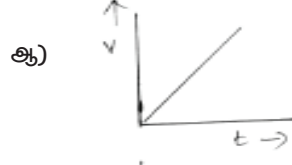
$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

பயிற்சி வினாக்கள்

1. $S = 5t^2 + 4t + 3$ என்ற சமன்பாட்டில் இடப்பெயர்ச்சி S ஆனது காலம் t யுடன் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது எனில் முடுக்கத்தின் மதிப்பு
 அ) 10 அலகுகள் ஆ) 5 அலகுகள் இ) 4 அலகுகள் ஈ) 3 அலகுகள்
2. ஒரு பொருள் t என்ற காலத்தில், ஈர்ப்பு புலத்தில் மேல்நோக்கி செல்கின்றது. அப்பொருள் கீழ்நோக்கிய திசையில் தரைக்கு வருவதற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் காலம்
 அ) t ஆ) t^2 இ) $2t$ ஈ) $t/2$
3. ஒரு மனிதன் V_1 என்ற வேகத்தில் பாதி தொலைவையும், V_2 என்ற வேகத்தில் மீதித் தொலைவையும் கடந்து செல்கிறான். சராசரி வேகத்தின் மதிப்பு
 அ) $\frac{V_1 + V_2}{2}$ ஆ) $\frac{2V_1 + V_2}{V_1 + V_2}$
 இ) $\frac{2}{V_1 + V_2}$ ஈ) $\frac{V_1 + V_2}{V_1 + V_2}$
4. $x = 3 - 4t - 5t^2 - 6t^3$ என்ற சமன்பாட்டில் காலத்தின் சார்பாக இடப்பெயர்ச்சி x ன் மாறுபாடானது வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் அச்சில் தொடக்க திசைவேகத்தின் மதிப்பு
 அ) 3 அலகுகள் ஆ) -4 அலகுகள் இ) -5 அலகுகள் ஈ) -6 அலகுகள்
5. ஒரு பொருளானது முதல் இரண்டு வினாடியில் x தொலைவையும், அடுத்து இரண்டு வினாடியில் y தொலைவையும் கடக்கின்றது எனில் x மற்றும் y - ஐ தொடர்புபடுத்தும் சமன்பாடு
 அ) $y = 4x$ ஆ) $y = x$ இ) $y = 3x$ ஈ) $y = 2x$
6. R ஆரம் கொண்ட ஒரு கோளத்தின் மீது AB என்ற உராய்வுத் தனிமையற்ற கம்பி பொருத்தப்பட்டுள்ளது. ஒரு மிகச்சிறிய துகள் கம்பியின் வழியே நழுவுகின்றது. A - இல் இருந்து B - க்கு நகர்ந்து செல்வதற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் காலம்
 அ) $2Rg \cos \theta$
 ஆ) $2\sqrt{Rg} \cos \theta$
 இ) $2\sqrt{\frac{R}{g}}$
 ஈ) $2\sqrt{\frac{g}{R}}$

7. இரு வெக்டர்களின் புள்ளிப் பெருக்கல் சுழி மதிப்பு எனில் அவ்விரு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
 அ) 180° ஆ) 90° இ) 45° ஈ) 0°
8. ஒரு பொருள் 19.6ms^{-1} என்ற வேகத்தில் ஈர்ப்பு புலத்தில் மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. எறிபொருள் அடையக்கூடிய பெரும் உயரத்தின் மதிப்பு
 அ) 4.9m ஆ) 19.6m இ) 9.8m ஈ) 39.2m
9. 1Kg நிறையும், 8J இயக்க ஆற்றலும் கொண்ட ஒரு பொருளின் நேர்கோட்டு உந்தத்தின் மதிப்பு
 அ) 2Kg ms^{-1} ஆ) 4Kg ms^{-1} இ) 6Kg ms^{-1} ஈ) 8Kgms^{-1}

10. ஒரு பொருள் செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. அப்பொருள் ஈர்ப்பு புலத்தில் இயங்குகிறது. அதன் திசைவேகம் - காலம்



11. \vec{A} - ன் திசையில் \hat{n} என்பது அலகு வெக்டார் எனில் \hat{n} -ன் மதிப்பு

அ) $\vec{A} \times A$ ஆ) $n \times A$ இ) $\frac{\vec{A}}{A}$ ஈ) $\frac{A}{\vec{A}}$

12. \vec{A}, \vec{B} மற்றும் \vec{C} என்ற மூன்று வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் முறையே 5, 4 மற்றும் 3 அலகுகள் மற்றும் $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$ எனில் \vec{A} மற்றும் \vec{B} க்கு இடையேயான கோணம்

அ) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ ஆ) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$
 இ) $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ ஈ) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

13. ஒரு ஆகாயவிமானம் 300 Km hour^{-1} என்ற சீரான வேகத்தில் வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகிறது. அரை வட்டப்பாதை கடந்த பிறகு அதன் திசைவேகத்தில் ஏற்படும் மாற்றம்

அ) $300\sqrt{2} \text{ Km hour}^{-1}$ ஆ) 600 Km hour^{-1}
 இ) $600\sqrt{2} \text{ Km hour}^{-1}$ ஈ) 300 Km hour^{-1}

14. வினாடி முள் கடிகாரம் மற்றும் நிமிடமுள் கடிகாரம் இவற்றின் கோண திசைவேகத்தின் தகவு

அ) 12 : 11 ஆ) 24 : 11 இ) 36 : 11 ஈ) 60 : 1

15. ஒரு எறிபொருள் இயங்கும் போது, அதன் உயரம் $y = \sqrt{3}t - 5t^2 + t^3$ மற்றும் கிடைத்தள தொலைவு $x = t - 2t^2 + t^3$ எனில் எறிபொருளின் எறிகோணத்தின் மதிப்பு

அ) 30° ஆ) 60° இ) 45° ஈ) 75°

16. ஒரு மாணவனால் 20m உயரம் கொண்ட ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியில் இருந்து கல் வீசப்படுகிறது. அந்த கல் தரையில் விழும் போது அதன் திசைவேகம் (தோராயமாக $g = 10 \text{ ms}^{-2}$)

அ) 10.0 m/s ஆ) 20.0 m/s இ) 40.0 m/s ஈ) 5.0 m/s

17. $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 0$ எனில் $\vec{A} \times \vec{B}$ மதிப்பு (AFMC - 2011)

அ) $\vec{B} \times \vec{C}$ ஆ) $\vec{C} \times \vec{B}$ இ) $\vec{A} \times \vec{C}$ ஈ) மேற்கண்ட எதுவுமில்லை

18. ஒரு கல் தடையின்றி தானாக ஈர்ப்பு புலத்தில் விழுகின்றது. அந்த கல் முதல் 5 வினாடி, இரண்டாவது 5 வினாடி மற்றும் மூன்றாவது 5 வினாடியில் கடந்து வந்த தொலைவு முறையே h_1, h_2 மற்றும் h_3 இவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பு (NEET - 2013)

அ) $h_2 = 3h_1, h_3 = 3h_2$ ஆ) $h_1 = h_2 = h_3$ இ) $h_1 = 2h_2, 3h_3$ ஈ) $h_1 = \frac{h_2}{3} = \frac{h_3}{5}$

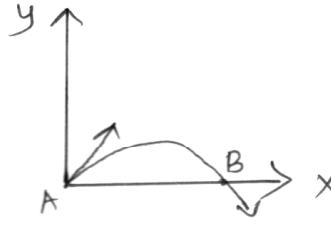
19. படத்தில் A என்ற புள்ளியில் எறிபொருளின் திசைவேகம் $(2\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m/s}$ எனில் B என்ற புள்ளியில் அதன் திசைவேகம் (m/s) - ல்

அ) $2\hat{i} - 3\hat{j}$

ஆ) $2\hat{i} + 3\hat{j}$

இ) $-2\hat{i} - 3\hat{j}$

ஈ) $-2\hat{i} + 3\hat{j}$



(NEET - 2013)

20. ஒரு பொருள் காற்றில் எறியப்படுகிறது. அதன் பறக்கும் காலம் 5S மற்றும் வீச்சு எனில் அப்பொருள் அடைந்த பெரும் உயரம் ($g = 10\text{ms}^{-2}$)

(AIIMS - 2014)

அ) 31.25m

ஆ) 24.5m

இ) 18.25m

ஈ) 46.75m

21. ஒரு சைக்கிள் ஓட்டுபவர் 80m ஆரம் கொண்ட வட்டப்பாதையில் 36Km-1 என்ற திசைவேகத்தில் சுற்றி வருகிறார். தோராயமாக செங்குத்து பகுதியில் இருந்து அளைய வேண்டிய கோணத்தின் மதிப்பு ($g = 10\text{ms}^{-2}$)

(AIIMS - 2014)

அ) $\tan^{-1}(4)$

ஆ) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$

இ) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$

ஈ) $\tan^{-1}(2)$

22. A என்ற கப்பல் 10Kmh-1 என்ற வேகத்தில் மேற்கு திசை நோக்கி இயங்குகிறது. B என்ற கப்பல் A என்ற கப்பலில் இருந்து தெற்கு திசையில் 100Km தூரத்திலிருந்து 10Kmh-1 என்ற வேகத்தில் வடக்கு திசை நோக்கி இயங்குகிறது எனில் எவ்வளவு கால இடைவெளிக்குப்பிறகு அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொலைவு சிறுமமாக அமையும்

(AIPMT - 2015)

அ) $5\sqrt{2}h$

ஆ) $10\sqrt{2}h$

இ) 0h

ஈ) 5h

23. ஒரு வெக்டார் $2\hat{i} + 3\hat{j} + 8\hat{k}$ ஆனது மற்றொரு வெக்டார் $4\hat{i} - 4\hat{j} + \alpha\hat{k}$ -ற்கு குத்தாக உள்ளது. எனில் α மதிப்பு

அ) -1

ஆ) $\frac{1}{2}$

இ) $-\frac{1}{2}$

ஈ) 1

24. M நிறை கொண்ட ஒரு பொருளின் மீது விசை செயலிடுவதன் காரணமாக ஒரு பரிமாண இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. t நேரம் கழித்து ($t = \sqrt{x} + 3$) அந்த பொருளானது x என்ற இடப்பெயர்ச்சி அடைகின்றது எனில் அந்தப் பொருளின் திசைவேகம் சுழி மதிப்பை பெற்றுள்ளபோது அதன் இடப்பெயர்ச்சியின் மதிப்பு

(NEET - 2013)

அ) 4m

ஆ) 0m (zero)

இ) 6m

ஈ) 2m

25. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ மற்றும் $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ எனில் இருவெக்டர்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

அ) $\frac{\pi}{2}$

ஆ) 0

இ) π

ஈ) $\frac{\pi}{3}$ வரைபடம்