

10. அலைவுகள் மற்றும் அலைகள் (Oscillations and Waves)

v சீரலைவு இயக்கம் (Periodic motion) :

சீரான கால இடைவெளியில் மீண்டும் மீண்டும் நிகழும் எந்தவொரு இயக்கமும் சீரலைவு இயக்கம் (Periodic motion) எனப்படும்.

சூரியனைச் சுற்றி வரும் பூமியின் இயக்கம், புவியின் இயக்கம், புவியின் தன் அச்சைப் பற்றிய தற்சுழற்சி இயக்கமும் சீரலைவு இயக்கத்திற்கு உதாரணங்களாகும்.

(i) சீரற்ற இயக்கம் Non – Harmonic motion

(ii) தனிச்சீரிசை இயக்கம் Simple harmonic motion.

ஒரு துகளானது ஒரே பாதையின் வழியாக முன்னும் பின்னும் சீரலைவு இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் பொழுது, அந்த அலைவு முன்பின் அலைவு (Oscillatory) அல்லது அதிர்வியக்கம் எனப்படும்.

அலைவுறும் துகளின் முருக்கலானது அதன் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து (equilibrium point) துகள் இருக்கும் நிலைக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவிற்கு நேர்த்தகவிலும் சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கியும் இருப்பின்துகளின் இயக்கமானது தனிச்சீரிசை இயக்கம் எனப்படும்.

M - நிரையுள்ள துகள் ஒன்றை தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது எனவும், சமநிலையிலிருந்து (equilibrium Position) துகளின் இடப்பெயர்ச்சிக்கு x எனவும் கருதுவோம்.

எனவே அதன் முடுக்கம் : $a \propto x$

$$a = -kx$$

இங்கு K மாறிலி ஆகும்.

துகளின் மீதான விசை $F = ma = -mkx = Kx$.

K – விசை மாறிலி என அழைக்கப்படுகிறது. தனிச்சீரிசை இயக்கத்துடன் தொடர்புடைய பிரத்தியேகமாக உபயோகப்படும் வார்த்தைகள் (அ) கலைச்சொற்கள் : Terms related to periodic motion)

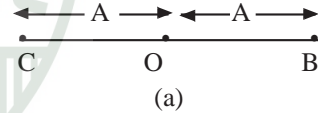
v வீச்சு (Amplitude) :

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின்

பெரும் இடப்பெயர்ச்சி மதிப்பானது அதன் வீச்சு (amplitude) எனப்படும்.

படத்தில் $OC = OB (=A)$ என்பது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை (SHM) மேற்கொள்ளும்

துகளின் வீச்சாகும்.



v அலைவுக்காலம் : (T) (Time Period)

ஒரு முழு அலைவை மேற்கொள்ள துகள் எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் அலைவுக்காலம் எனப்படும்.

இது 'T' எனும் எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

படம் a - ல் துகள் C லிருந்து B யை அடைந்தும் திரும்ப C - ஐ அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் அல்லது

O - லிருந்து B - ஐ அடைந்து பின் B - லிருந்து C - ஐ அடைந்து பின் C - லிருந்து O - ஐ அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் அலைவுக்காலம் ஆகும்.

v அதிர்வெண் (n) Frequency :

துகளொன்று ஒரு நொடியில் ஏற்படுத்தும் / மேற்கொள்ளும் முழு அலைவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை அதன் அதிர்வெண் எனப்படும். அதிர்வெண் என்பது அலைவுகாலத்தின் தலைகீழியாகும்.

$$n = \frac{1}{T} \quad nT = 1$$

அதிர்வெண்ணின் அலகு சுற்றுகள் / வினாடி (அ) ஹெர்ட்ஸ் Hertz

v **கட்டம் (Phase) :**

எந்தவொரு கணத்திலும் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் கட்டம் என்பது, அதன் சமநிலையைப் பொருத்து அந்தக் கணத்தில் துகளின் நிலையையும், அதன் இயக்குத் திசையையும் முழுவதுமாக குறிக்கப் பயன்படும் ஒரு இயற்பியல் அளவாகும்.

கட்டமானது ϕ அல்லது

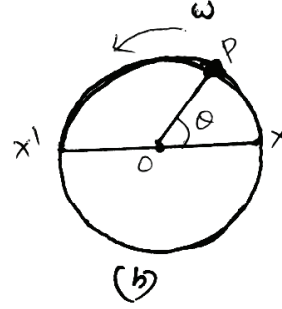
அலைவுக்காலத்தைக் கொண்டு

குறிக்கப்படுகிறது.

படம் b - ல் x - ல் துகளின்

கட்டம் (Zero) சுழி மற்றும் X^1 - ல்

துகளின் கட்டம் π (or) $\frac{T}{2}$



v **தொடக்கக் கட்டம் (initial phase or epoch) :**

காலம் சுழியாக $t = 0$ உள்ள போது உள்ள அலைவுறும் துகளின் கட்டம், தொடக்கக் கட்டம் எனப்படும்.

படம் b - ல் தொடக்கக் கட்டம் சுழி (Zero) ஆகும்.

சில நேரங்களில் துகளானது x - ஐத் தவிர

மற்ற புள்ளிகளிலிருந்து (Po) நகர ஆரம்பிக்கலாம் $\angle PoOX = \phi$

Po - ல் இருந்து துகள் இயங்க ஆரம்பித்தால் ($t = 0$),

Po ல் கட்டம் = $wt + \phi$.

தொடக்கக் கட்டம் = ϕ

குறிப்பு:

அலைவுறும் துகளின் கட்டமானது தொடர்ந்து மாறிக்கொண்டே இருக்கலாம். ஆனால் தொடக்கக் கட்டமானது மாறாது.

இரண்டு அதிர்வுடையுள்ள துகள்களின் கட்டங்களின் வேறுபாடு கட்ட வேறுபாடு ஆகும்.

v **தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் :**

இடப்பெயர்ச்சி (Displacement) :

புள்ளி N - ன் இடப்பெயர்ச்சி எக்கணத்திலும் $ON = X$,

(சமநிலைப் புள்ளியிலிருந்து O அளவிடப்படுகிறது)

$$\cos \theta = \frac{ON}{OP} \quad ON = OP \cos \theta \dots\dots\dots (i)$$

$$x = OP \cos \theta \dots\dots\dots (ii)$$

θ - என்பது OP யானது OX

- உடன் ஏற்படுத்தும் கோணமாகும்.

சமநிலைப்புள்ளியைப் பொருத்து எந்த ஒரு திசையிலும் அதன் பெரும் இடப்பெயர்ச்சியானது வீச்சு எனப்படும். ஆகவே வட்டத்தின் ஆரமானது (A) தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வீச்சினைக் குறிக்கிறது.

p - லிருந்து x - ஐ அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் t எனில்,

$$\theta = wt \quad \text{ஆகவே சமன்பாடு} \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{ஆனது} \quad x = A \cos wt \dots\dots\dots (ii)$$

இது புள்ளி N - ஐப் பொருத்து தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் சமன்பாடாகும்.

$$\text{மேலும்} \quad w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

T - இங்கு துகளின் அலைவுக்காலம்.

n - அதிர்வெண்

$$\text{ஆகவே (ii) ஐ} \quad x = A \cos \frac{2\pi}{T} t$$

$$x = A \cos 2\pi nt \dots\dots\dots (iii)$$

- v படம் b - ல் உள்ளது போல துகளானது y லிருந்து t காலத்தில் P.N. இடஞ்சுழி திசையில் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொண்டால், மேலும் $\angle YOP = \theta$. படம் b - ல் உள்ளது போல் துகளானது t - காலத்தில் இடஞ்சுழியாக x - லிருந்து p - ஐ அடைவதாகவும் $\angle PON = \theta$ எனவும் கொண்டால்,

$$x = ON = OP \cos(90 - \theta) = A \sin \theta \quad x = a \sin wt \quad (\theta = wt)$$

இதே போல் yy^1 - அச்சில் மேல் துகளின் வீழ்ச்சி உள்ளது எனில் yy^1 - அச்சைப் பொறுத்து தனிச்சீரிசை இயக்கச் சமன்பாடு

$$y = A \sin wt. \quad (OR) \quad y = A \cos wt \dots\dots\dots (iv)$$

படம் (C) ல் காட்டியவாறு, துகளானது P_0 - லிருந்து P செல்லும்

$$\text{காலம் கண்டறியப்பட்டால்} \quad \angle P_0OX = \phi \quad \angle P_0OP = Wt$$

$$Wt = \theta + \phi \quad \theta = Wt - \phi \dots\dots\dots (v)$$

$$\therefore \text{இடப்பெயர்ச்சி} \quad x = A \cos \angle P^OX = A \cos \angle POP - \angle P_0OX$$

$$x = A \cos (Wt - \phi)$$

$$\text{படம் (d) ல் உள்ளவாறு துகள் இயங்கினால்} \quad x = A \sin (Wt + \phi) = A \sin \left(\frac{\pi}{2} + Wt + \phi \right)$$

$$x = A \sin (Wt + \alpha) \dots\dots\dots (vi)$$

$$\text{இங்கு} \quad \alpha = \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) - \text{மாறிலியாகும்.}$$

$$\text{மேலும் இடப்பெயர்ச்சியை} \quad x = A \sin (wt - \alpha) \dots\dots\dots (vii)$$

தகுந்த தொடக்க காலத்தை தேர்வு செய்ததன் மூலம் எனவும் குறிக்கலாம்.

சமன்பாடு (vi) மாற்று (viii) SHM - ன் பொதுவான சமன்பாடாகும்.

v திசைவேகம் (Velocity) :

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சி $x = A \cos wt$.

துகளின் திசைவேகமானது இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதத்திற்கு சமம்.

$$V = \frac{dx}{dt} \\ = \frac{d}{dt} (A \cos wt)$$

$$V = -Aw \sin Wt \Rightarrow \sin Wt = \frac{V}{AW}$$

$$\cos Wt = \frac{x}{A} \quad \sin Wt = \pm \sqrt{1 - \cos^2 wt}$$

$$\sin Wt = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

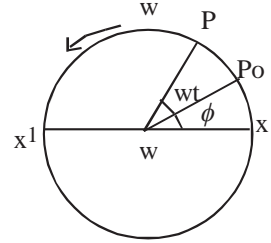
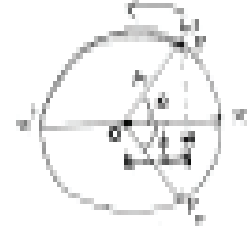
$$\therefore \frac{-V}{Aw} = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

$$V = \pm \sqrt{A^2 - x^2} \dots\dots\dots (viii) \quad \frac{-V}{Aw} = \pm \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A}$$

எதிர்க்குரியானது துகளானது ஒரு குறிப்பிட்ட இடப்பெயர்ச்சிக்கு வலது புறம் நோக்கியோ அல்லது இடதுபுறம் நோக்கியோ நகருவதைக் குறிக்கிறது.

(i) $x = 0$ என்ற புள்ளியில் அதாவது சமநிலைப் புள்ளியில் (O-ல்) திசைவேகம் பெரும் மதிப்பை அடைகிறது. $V_{\max} = \pm AW$

(ii) $x = +A$ என்ற புள்ளியில், அதாவது பெரும் எல்லையில் x, x_1 புள்ளிகளில் திசைவேகம் சிறுமம் ஆகும். $V_{\min} = 0$



v **முடுக்கம் (Acceleration)**

எந்தக் கணத்திலும் S.H.M. உள்ள திசைவேகம் துகளின் முடுக்கமானது திசைவேகம் மாறும் வீதத்திற்குச் சமம்.

$$\begin{aligned} \text{முடுக்கம் } a &= \frac{dV}{dt} = \frac{D(-Aw \sin wt)}{dt} \\ &= -Aw^2 \cos wt = w a = \frac{dV}{dt} = \frac{-W^2}{dt} x \\ a &= -w^2 x. \dots\dots\dots (ix) \end{aligned}$$

எதிர்க்குறியானது முடுக்கம் இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிர்த்திசையில் உள்ளதைக் குறிக்கிறது.

சமன்பாடு (ix) லிருந்து

- (i) $x = \pm A$ அதாவது x (அ) x^1 புள்ளிகளில் முடுக்கம் பெரும் $a_{\max} = \pm \omega^2 A$.
(ii) $x = 0$ அதாவது சமநிலைப்புள்ளியில் (O புள்ளியில்)
 a சிறுமம் = 0

v **தனிச்சீரிசை இயக்கம் : (Simple Harmonic motion)**

இது சீரலைவு இயக்கத்தின் (periodic) ஒரு வகையாகும். இதில் மீள்விசையானது துகளின் நிலையானப் புள்ளியைப் பொருத்து மேலும் கீழுமாக அல்லது முன்னும் பின்னுமாக இயக்குகிறது.

மேலும் இந்த மீள்விசையான அப்போதும் நிலையான புள்ளியை நோக்கி இருக்கும். அந்தக் கணத்திலும் மீள்விசையானது அக்கணத்தில் நிலையானப் புள்ளியிலிருந்து துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி நேர்த்தகவில் இருக்கும்.

$$\therefore F \propto -x \quad F = -Kx$$

இங்கு k - என்பது விசை மாறிலி

எதிர்க்குறியானது எப்போதும் நிலையானப் புள்ளியை நோக்கியும், எதிர்க்குறியானது எப்போதும் நிலையானப் புள்ளியை நோக்கியும், இடப்பெயர்ச்சியின் திசைக்கு எதிர்த்திசையிலும் உள்ளதைக் குறிக்கிறது. K - ன் அலகு Nm^{-1} பரிமாண வாய்ப்பாடு $ML^{-1}T^{-2}$.

உதாரணம் :

1. தன் ஊசலின் அலைவுகள்.
2. U வடிவக் குழாயின் செங்குத்து அலைவுகள்.
3. பளு ஏற்றப்பட்ட சுருள்வில்லின் கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்து துலைவுகள்.

அனைத்து அலைவு (periodic motion) இயக்கங்களும் தனிச் சீரிசை இயக்கமல்ல (Simple Harmonic Motion).

$F = -Kx$ எனும் மீள்விசையில் இயங்கக்கூடிய அலைவு இயக்கமே தனிச்சீரிசை இயக்கம் ஆகும்.

v **தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் அலைவுக்காலம் மற்றும் அதிர்வெண் :**

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின்

$$\begin{aligned} w^2 &= \frac{a}{x} \\ w &= \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{\text{முடுக்கம்}}{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}} \end{aligned}$$

அலைவுக்காலம் (T)

$$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{a/x}} = 2\pi = \sqrt{\frac{1}{a/x}} = 2\pi \sqrt{\frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\text{ஓரலகு இடப்பெயர்ச்சியில் முடுக்கம்}}}$$

அல்லது

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{a/x}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{ma/x}}$$

இங்கு $F = Ma$ மீள்விசை எனில் $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{F}{x}}}$

மேலும் $T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{நிறை}}{\text{ஓரலகு இடப்பெயர்ச்சியில் மீள்விசை}}}$

மீள்விசையானது $F = Kx$ (குறியின்றி)

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{kx}{x}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{நிறை}}{\text{விசை மாறிலி}}}$$

∴ அதிர்வெண் $n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\text{முடுக்கம்}}{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}}$

இதிலிருந்து அதிர்வெண் மற்றும் அலைவுக்காலமானது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் அலைவின் வீச்சினைச் சார்ந்ததல்ல என அறியலாம்.

v தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் ஆற்றல்:

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகள் ஒன்று நிலையாற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இரண்டையும் கொண்டுள்ளது.

தன் மேல் செயல்பட்டு நிலையான புள்ளியை (mean position) நோக்கி நகர வைக்கும் மீள் விசைக்கு எதிராக துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியினால் நிலையாற்றலைக் கொண்டுள்ளது.

தன் இயக்கத்தினால் இயக்க ஆற்றலைப் பெற்றுள்ளது. இந்த இரு ஆற்றல்களும் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் மாறிக்கொண்டே இருக்கும். ஆனால் இவற்றில் கூடுதல் எப்போதும் மாறிலி ஆகும். (சிதறலடையச் செய்யும் எந்த விசையும் இல்லாத போது)

m - என்பதை துகளின் நிறை எனவும், அதன் இடப்பெயர்ச்சி X எனவும் திசைவேகம் V எனவும் கொள்க.

$$\text{அதன் இயக்க ஆற்றல் } Ek = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2(A^2 - x^2) \quad V = \pm W\sqrt{A^2 - x^2}$$

இங்கு $w = \frac{2\pi}{T}$ A - வீச்சு துகளின் மீது மீள்விசை செயல்பட்டு சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து என்ற

இடப்பெயர்ச்சியை ஏற்படுத்தினால், $F = ma = mw^2x$

இந்த மீள்விசை செயல்பட்டு dx என்ற மீச்சிறிய இடப்பெயர்ச்சியாக ஏற்படுத்தினால், வேலை $dw = Fdx = mw^2x dx$

$$\text{மொத்த வேலை நிலை ஆற்றல் } Ep = \int_0^x mw^2x dx = \frac{1}{2}mw^2x^2$$

$$\text{மொத்த ஆற்றல் } E = Ex + Ep = \frac{1}{2}mw^2(A^2 - x^2) + \frac{1}{2}mw^2x^2$$

$$E = \frac{1}{2}mw^2A^2 \quad w = 2\pi n$$

$$E = \frac{1}{2}m(2\pi n)^2 A^2 = 2\pi^2 n^2 mA^2$$

∴ துகளின் மொத்த ஆற்றலானது வீச்சின் இருமடக்கு நேரத்தகவிலும் அதிர்வெண்ணின் இருமடக்கு நேரத்தகவிலும் உள்ளது, ஆனால் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியை (x) சார்ந்ததல்ல.

v **இயக்க ஆற்றல்**

(i) நிலையானப் புள்ளியில் , அதாவது $x = 0$ எனும் புள்ளியில் துகளின் இயக்க ஆற்றல் பெருமமாக இருக்கும்.

$$E_x \text{ பெருமம்} = \frac{1}{2}mw^2A^2$$

(ii) தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் பெரும எல்லைப் பகுதியில். அதாவது $x = +A$ எனும் புள்ளிகளில் இயக்க ஆற்றல் சிறும மதிப்பை பெரும்

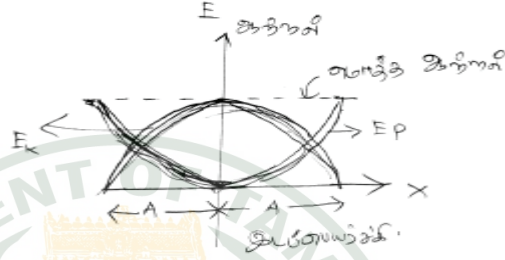
$$E_x \text{ சிறுமம்} = \frac{1}{2}mw^2 (A^2 - A^2) = 0$$

v **நிலையாற்றல்**

(i) $x = 0$ நிலையானப் புள்ளியில் நிலை ஆற்றல் சிறுமம் $E_p = 0$

(ii) பெரும எல்லை நிலைகளில் அதாவது $x = \pm A$ புள்ளிகளில் நிலை ஆற்றல் பெரும மதிப்பை அடைகிறது.

$$E_p = \frac{1}{2}mw^2A^2$$



v **இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிராக**

இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலையாற்றலின் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும். மொத்த ஆற்றலானது இடப்பெயர்ச்சி அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும்.

v தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சி x , திசைவேகம் v மற்றும் முடுக்கும் a ஆனது

$$x = A \sin wt = A \sin \frac{2\pi}{T}t \longrightarrow (i)$$

$$v = Aw \cos wt = Aw \sin \left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \longrightarrow (ii)$$

$$a = -Aw^2 \sin wt = Aw^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T}t + \pi \right) \longrightarrow (iii)$$

A - வீச்சு, T - அலைவுக்காலம்.

மேற்காண் சமன்பாட்டிலிருந்து, வெவ்வேறு கண நேரங்களில் x , v , a - ன் மதிப்புகள் கணக்கிடப்படுகிறது.

(i) (When) $t = 0$ என இருக்கும் போது
 $x = A \sin 0 = 0$ $v = Aw \sin \pi/2 = Aw$ $a = Aw^2 \sin \pi = 0$

(ii) $t = T/4$ எனும் போது

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} + \pi \right) = A \quad v = Aw \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} + \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$a = Aw^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} + \pi \right) = -Aw^2$$

(iii) $t = T/2$

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} = 0 \quad v = Aw \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = -Aw$$

(iv) $t = 3T/4$

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} X \frac{2T}{4} + \right) = -A$$

$$V = Aw \sin = \left(\frac{2\pi}{T} X \frac{3T}{4} + \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$a = \Delta w^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} X \frac{3T}{4} + \pi \right) = Aw^2$$

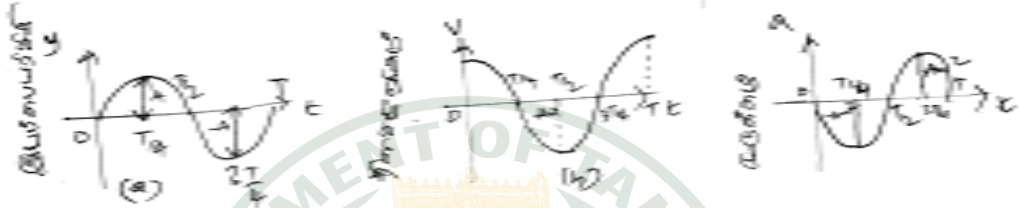
(v) $t = T$

$$x = A \sin 2\pi = 0$$

$$V = Aw \sin (2\pi + \pi/2) = Aw$$

$$a = Aw^2 \sin (2\pi + \pi) = 0$$

Time (t) காலம்	0	T/4	T/2	3T / 4	T
இடப்பெயர்ச்சி	0	A	0	-A	0
திசைவேகம்	Aw	0	-Aw	0	AW
முடுக்கம்	0	-Aw ²	0	Aw ²	0



மேற்காண் வரைபடங்களில் இருந்து

- ஒரே கால இடைவெளியில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் ஆகியவை காலத்தை பொறுத்து, தொடர்ந்து மாறிக்கொண்டே உள்ளன.
- திசைவேகத்தின் வீச்சானது இடப்பெயர்ச்சியின் வீச்சைப் போல போல W^2 மடங்கும் உள்ளது.
- திசைவேகமானது இடப்பெயர்ச்சியை விட $\pi/2$ கட்டம் முன்தாங்கி உள்ளது.

v தனிச்சரிசை இயக்கத்திலுள்ள கணித வடிவில் எழுதுதல் :

SHM - ஐ மேற்கொள்ளும் ஒரு துகள் t - காலத்தில் நிலையான புள்ளியிலிருந்து x என்ற தூரம் இடப்பெயர்ச்சி அடைந்திருப்பதாக இருக்கட்டும்.

வரையறையின்படி SHM ல் மீள்விசையானது இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேரத்தகவிலும் எதிர்த்திசையிலும், நிலைப்புள்ளியை நோக்கியும் இருக்கும். துகளின் நிறை m எனக் கொண்டால்

$$F = Ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

SHM - ன் நிபந்தனையின்படி

$$m \frac{d^2x}{dt^2} \propto -x \quad (\text{அ}) \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m} X \quad (\text{ஆ}) \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x = 0$$

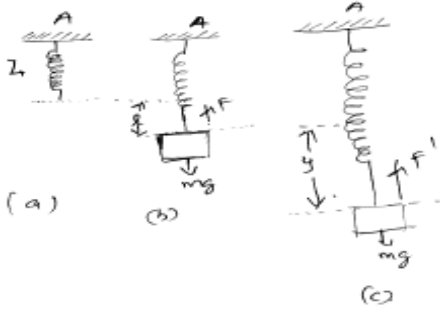
$$\frac{k}{m} = w^2 \text{ எனக் கொண்டால்}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + w^2 x = 0$$

இதுவே தனிச்சரிசையியக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு ஆகும்.

இதன் தீர்வு $x = A \sin (wt + \phi)$

A - வீச்சு, ϕ - தொடக்கம் கட்டம்

சுருள் வில்லின் அலைவுகள் : (Oscillations of spring)

'L' நீளமுடைய நீட்டப்படாத மெல்லிய சுருள்வில் ஒன்று உறுதியான புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்படுகிறது. அதன் மறுமுனையை m - நிறைகொண்ட பொருள் ஒன்று தொங்கவிடப்படுகிறது. அதன் நீளம் "l" அளவு அதிகரிக்கிறது. சுருளின் மீதான மீள்விசை $F = -Kl$ எதிர்குறியான விசை நீட்சிக்கு (இடப்பெயர்ச்சி) எதிர்த் திசையில் செயல்படுவதைக் குறிக்கிறது.

தற்போது பொருள் இருவிசைகளினால் சமநிலையில் உள்ளது.

(i) மேல்நோக்கிய மீள் விசை (F) (ii) கீழ்நோக்கிய எடை (mg)

$$F + Mg = 0$$

$$-Kl + Mg = 0$$

$$Mg = Kl$$

தற்போது பொருளானது கீழ்நோக்கி "y" தொலைவு இழுத்து விடப்படுகிறது எனில், பொருள் மேலும் கீழும் அலைவிற்குட்படும். ஆகவே மொத்த நீட்சியானது (l + y).

எனவே பொருளின் மீதான மீள் விசை

$$F' = -K(l + y)$$

தற்போது பொருளின் மீது செயல்படும் நிகர விசை சமன்பாடு (1) ன் படி

$$F'' = F' + mg = -Kl - ky + mg \quad [\% K'l = mg]$$

$$= -mg - ky + mg = -ky$$

$$F'' = -ky$$

$$a = -\left(\frac{k}{m}\right)y$$

எனவே a $\propto -y$

$$a = \frac{F''}{m}$$

$$\text{இங்கு } \frac{K}{m} \text{ மாறிலி}$$

இதிலிருந்து முடுக்கமானது நிலைப்புள்ளியிலிருந்து சுருள்வில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்த்தகவிலும், இடப்பெயர்ச்சியின் திசைக்கு எதிர்த்திசையிலும் இருப்பதை அறியலாம். ஆகவே பொருளின் இயக்கம் ஒரு தனிச் சீரிசை இயக்கமாகும்.

$$\text{அலைவுக்காலம் } T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\left\{ \frac{a}{y} = \frac{k}{m} \quad \frac{y}{a} = \frac{m}{k} \right\}$$

∴ அலைவுக்காலம் - ஆனது பொருளின் நிறையையும், சுருள் மாறிலியையும் சார்ந்துள்ளது.

குறிப்புகள்:

m - நிறையுள்ள பொருள் நிறையற்ற சுருள் மாறிலி K உடைய சுருள் வில்லுடன் தொங்கவிடப்பட்டால்.

$$\text{அதன் அலைவுக்காலம் } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

m நிறையுள்ள பொருள் M நிறையுடைய சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்டிருப்பின் அலைவுக்காலம்.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(m + M/3)}{k}}$$

சுருள் மாறிலி K உடைய சுருள்வில் N பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு இருப்பின் (m நிறையுடைய பொருள்

$$\text{தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது) எனில் அலைவுக்காலம். } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{Nk}}$$

m_1 மற்றும் m_2 நிறைகள்

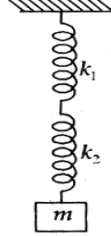
K சுருள் மாறிலி கொண்ட சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்டால்

அலைவுக்காலம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$ நிறையின் மையம் $M = \frac{m_1 + m_2}{2}$ இணைப்புச் சுருள் ஊசல்கள்.

K_1, K_2 என்ற சுருள்மாறிலிகள் கொண்ட இரு சுருள்வில்கள் தொடராகவும், பக்க இணைப்பிலும் உள்ள

போது

தொடர்



தொகுபயன் சுருள்மாறிலி

$$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

அலைவுக்காலம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_s}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(K_1 + K_2)}{K_1 K_2}}$$

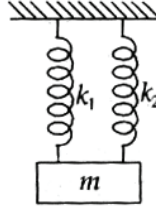
குறிப்பு:

சுருள் வில்லானது l_1, l_2 என்ற இரு துண்டுகளாக வெட்டப்படும் போது

$$l_1 \text{ நீளத்தின் சுருள் மாறிலி } l_1 = k_1 = k \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)$$

$$l_2 \text{ நீளத்தின் சுருள் மாறிலி } l_2 = k_2 = k \left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)$$

பக்க இணைப்பில்



தொகுபயன் சுருள் மாறிலி தொகுபயன் சுருள்மாறிலி

$$K_p = K_1 + K_2$$

$$K_p = K_1 + K_2$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_p}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_p}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}}$$

V தனி ஊசல் : (Simple pendulum)

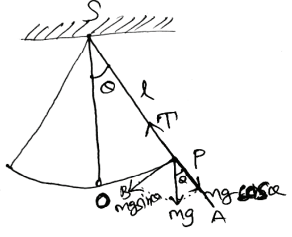
தனி ஊசலானது தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு பொதுவான ஒரு உதாரணமாகும்.

தனி ஊசலில் புறக்கணித்தக்க நிறை (நிறையற்ற) நீட்சியடையாத (inextensible) முழுவதும் நெகிழ்வுத்தன்மை (flexible) உடைய நூல் ஒன்று ஒரு முனையில் திடமான பகுதியில் கட்டப்பட்டு அதன் மறுமுனையில் ஒரு புள்ளி நிறை (point mass) தொங்கவிடப்பட்ட அமைப்பாகும்.

நடைமுறையில் நிறையற்ற நூல் மற்றும் ஒரு புள்ளி நிறை கிடைப்பது. அரிது. ஆகவே நல்லியல்பு தனி ஊசல் என்பது ஒரு கருத்து மட்டுமே. இது நடைமுறையில் இல்லை.

நடைமுறையில் சிறிய உலோக கோள வடிவக் குண்டு நூலில் தொங்கவிடப்பட்டு தன் ஊசல் அமைக்கப்படுகிறது.

நூல் தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளிக்கும் ஊசல் குண்டின் நிறையின் மையத்திற்கும் உள்ள தொலைவு ஊசலின் பயனுறு நீளம் (effective congin of the pendulum) என்று அழைக்கப்படுகிறது. நிலைப்புள்ளியில் இருந்து ஊசல் குண்டானது θ கோணம் விலகி p என்ற புள்ளியில் இருக்கும் போது அதன் மீது செயல்படும் விசைகள்.



(i) குண்டின் எடையானது, mg செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படுகிறது.

(ii) இழுவிசை T ஆனது நூலின் வழியே (P_s - ன் வழியே)

P - ல் Mg - ன் கிடைத்தளக் கூறு $Mg \cos \theta$ இழுவிசை (T) யை சமன் செய்கிறது.

$$T = Mg \cos \theta$$

Mg - ன் செங்குத்து கூறு $Mg \sin \theta$ ஆனது PB ன் வழியே செயல்பட்டு மீண்டும் (O ஐ) நிலைப்புள்ளியை நோக்கி நகரச் செய்கிறது.

சிறிய கோணங்களுக்கு ($\theta < 4^\circ$)

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{x}{l} \quad 1 \theta = x \quad \theta = \frac{x}{l}$$

$$\{x = OP\}$$

$$F = -mg\theta = -mg \frac{x}{l}$$

$$\text{தனி ஊசலின் முடுக்கம் } a = \frac{F}{m} = \frac{-gx}{l} \dots \dots \dots (1)$$

$\frac{g}{l}$ மாறிலி $a \propto -x$ ஃ ஆகவே தனி ஊசலின் இயக்கம் ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கமாகும்.

S.H.M. - ன் முடுக்கம் $a = -w^2x$

$$w^2 = \frac{g}{l} \quad w = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

தனி ஊசலின் அலைவுக்காலம்

$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

v **தடையற்ற மற்றும் தடையுறு அலைகள்:**

Un Damped Oscillations (தடையற்ற அலைகள்)

காலத்தைப் பொறுத்து மாறாத வீச்சுடன் துகளான அலைவினை மேற்கொண்டால் அது தடையற்ற அலைகள் எனப்படும்.

தடையற்ற அலைவினை மேற்கொள்ளும் அமைப்பின் ஆற்றல் எப்போது மாறிலி மற்றும் காலத்தைச் சார்ந்து மாறாது.

தடையற்ற அலைவினை மேற்கொள்ளும் அமைப்பில் உராய்வு விசை பாகியல் விசை போன்ற எந்த ஒரு ஆற்றல் வீணாக்கக்கூடிய (Dissipative forces) விசைகள் (அ) +++++ வீணாகிற விசைகள் எதுவும் இடம் பெறாது (அ) இருக்காது.

தடையுறு அலைகள் (Damped Oscillations):

காலத்தைச் சார்ந்து வீச்சு மாற்றமடைந்தால் அமைப்பின் அலைவுகள் தடையுறு அலைகள் எனப்படும்.

Damped Simple harmonic motions :

தடையுறு தனிச்சீரிசை இயக்கங்கள் :

காற்றில் அலைவுறும் தனிஊசலானது உடனடியாக அலைவுகளை இழந்து ஓய்வுநிலைக்கு வரும். இதற்குக் காரணம் காற்று ஏற்படுத்தும் தடை விசை (drag force) மற்றும் தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளியில்

ஏற்படும் உராய்வும் தனி ஊசலின் இயக்கத்தை எதிர்ப்பதே ஆகும். மேலும் ஆற்றலை படிப்படியாக சூழ்ந்துவிடுகிறது. ஆகவே ஊசலானது தடையுறு அலைகளை வெளிப்படுத்துகிறது.

$e^{-bt/2m}$ -ன் குறைவானது மிகச் சிறியது எனில் சமன்பாடு (i) தோராயமாக சீரிசையானது (Periodic)

தீர்வு $x (+)$ ஆனது Cosine சார்பாக இருப்பதால், அதன் வீச்சு $x_0 e^{-bt/2m}$ காலத்தைப் பொறுத்து படிப்படியாக குறைகிறது. இது படம் b - ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$b = 0$ என அமைந்தால் (அதாவது தடையே இல்லாத நிலை) சமன்பாடு (ii) $x(t)$ மற்றும் (iii) w^1 , இடப்பெயர்ச்சி $x (+)$ கோண அதிர்வெண் ஆனது தடையற்ற அலையியற்றியின் இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் அதிர்வெண்ணைக் குறிக்கிறது.

தடையற்ற (indamped) அலையியற்றியின் எந்திர ஆற்றலானது மாறிலியாகும். அதன் சமன்பாடு

$$E = \frac{1}{2} Kx_m^2$$

அலையியற்றியானது தடையுறு (Damped) அலையியற்றி எனில் எந்திர ஆற்றலானது மாறிலியாக அமையாமல் காலத்தைச் சார்ந்து (அதிகரிக்கும் காலம்) குறைகிறது.

இதன் வீச்சு $x_m = x_0 e^{-bt/2m}$

$$\text{ஆற்றல் } E (+) = \frac{1}{2} L \left(x_0 e^{-bt/2m} \right)^2 = \frac{1}{2} Kx_m^2 e^{-bt/m}$$

சமன்பாடானது காலத்தைப் பொறுத்து அடுத்தக்குறி முறைப்படி குறைவதைக் காட்டுகிறது.

தடையானது மிகச் சிறியது எனில் $\frac{b}{\sqrt{Km}} \ll 1$ என அமையும்.

V திணிப்பு அலைவுகள் மற்றும் ஒத்ததிர்வு : (Forced Oscillations and Resonance)

காற்றின் உராய்வினால் தடையற்ற அதிர்வுகள் என்பது இருக்க முடியாது. ஒரு பொருளின் அதிர்வினை தொடர்ந்து மாறாது அதிர்வடையச் செய்ய வேண்டுமெனில் வெளிப்புறத்திலிருந்து ஆற்றல் இழக்கும் வீதத்திற்குச் சமமான ஆற்றலை வழங்க வேண்டும்.

தடையுறு அலைகள் ஆற்றலைத் தொடர்ந்து இழந்தாலும், அலைவானது சீரிசையாக தோற்றமளிக்கும். ஆற்றலை வீணாக்குவது பொதுவாக உராய்வு விசையே.

படத்தில் உள்ளது போல் ஊசலானது நீரினுள் அலைவறுமாறு நிறையற்ற நூலில் தொங்கவிடப்படும் தடையுறும் பாகியல் விசை செயல்படுகிறது.

திரவத்தில் ஏற்படும் தடையுறும் விசை F_d என இருக்கட்டும். இந்த விசையின் எண் மதிப்பானது தட்டின் திசைவேகத்தின் மதிப்பிற்கும் நிறையின் மதிப்பிற்கும் நேர்த்தகவில் இருக்கும்.

$$F_d = -bV \quad (x \text{ திசைமாறிலி})$$

b - தடை மாறிலி, இது திரவத்தின் தன்மையையும்,

தட்டையும் சார்ந்தது. சுருள்வில்லின் மீது செயல்படும் மீள் விசை $F_s = Kx$. நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி.

$$ma(t) = -kx - bv(t)$$

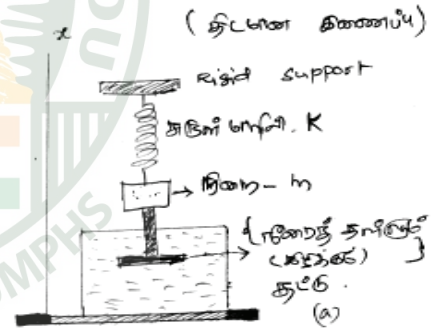
$$V(+)= \frac{dx}{dt} \quad a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{md^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad \dots \dots \dots (i)$$

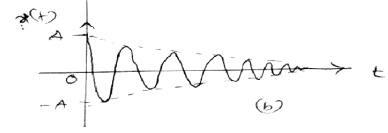
இச்சமன்பாட்டின் தீர்வானது தடையுறு விசையில் ஏற்படும் இயக்கத்தை விளக்கும்.

$$(i) \text{ - ன் தீர்வு } x (+) = x_m e^{-bt/2m} \cos(\omega t + \phi) \quad \dots \dots \dots (ii)$$

இங்கு x_m - வீச்சு ω^1 - தடையுறு



அலையியற்றியின் கோண அதிர்வெண் $w^1 = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$



Cosine சார்பானது எனும் அலைவுக்காலத்தைப் பெற்றுள்ளது. ஆனால் சார்பு $x(t)$ ஆனது சீரலைவு கிடையாது. ஏனெனில் $e^{-bt/2m}$ காரணியானது காலத்தைச் சார்ந்து தொடர்ந்து குறைந்து கொண்டே உள்ளது.

திணிப்பு அலைவில் இரு முக்கிய கோண அதிர்வெண்கள் செயல்படுகின்றன.

(1) அமைப்பின் இயல் அதிர்வெண் (w) அதாவது அமைப்பினை சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து சிறுது தூரம் இடம்பெறச் செய்து அலைவுறச் செய்யும் போது பெறும் அதிர்வெண்

(2) வெளிப்புறத்திலிருந்து கொடுக்கப்படும் விசையின் கோண அதிர்வெண் (w_d) வெளிப்புற விசை $F(t)$ ஆனது தடையுறு அலையியற்றிற்கு கொடுக்கப்படுவதாகக் கருதுவோம்.

$$F(t) = F_0 \cos w_d t$$

மீள்விசை (Restoring force), தடையுறு விசை (damping force) மற்றும் வெளிப்புறத்திலிருந்து செலுத்தப்படும் விசை (driving force) இவை அனைத்தும் சேர்ந்த இயக்கத்தை பின்வருமாறு குறிக்கலாம்.

$$m a(t) = -kx(t) - bv(t) + F_0 \cos w_d t \text{ --- (i)}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos w_d t \text{ --- (ii)}$$

தடையுறு விசைகளினால் இயல்பு அலைவுகள் (Free oscillation) - ஆனது விரைவில் அலைவுகளை இழந்து விடும். திணிப்பு அலையியற்றினால் w_d என்ற கோண அதிர்வெண்ணில் அலைவுறும் பொருளின் இடப்பெயர்ச்சியானது.

$x(t) = x_m \cos(w_d t + \phi)$ சமன்பாட்டின் மூலம் குறிக்கப்படுகிறது.

$$x_m = \frac{F_0}{m \left\{ (w^2 - w_d^2)^2 + w_d^2 b^2 \right\}^{1/2}} \text{ --- (iii)}$$

w மற்றும் w_d - சேர்ந்து குறிக்கப்படுகிறது.

(ii) ன் சீர்வு $x(t) = A^1 (\cos w_d t + d)$ இங்கு A^1 என்பது வெளிப்புற இயக்க அதிர்வெண் w_d மற்றும் இயல் அதிர்வெண் w - ஆகிய இரண்டின் சார்பு. t

$$A^1 = \frac{F_0}{\left((m^2 w^2 - w_d^2)^2 + w_d^2 b^2 \right)^{1/2}} \text{ மற்றும் கட்ட கோணம் } \phi = \tan^{-1} \left(\frac{-\gamma_0}{w_d x_0} \right)$$

v **அதிர்வெண்களைப் பொறுத்து இரு நேர்வுகள்**

நேர்வு (i)

சிறிய தடைகளுக்கு (small damping) வெளிப்புற செலுத்தும் அதிர்வெண் (w_d) \ll இயல் அதிர்வெண் (w)

$$\therefore \text{ வீச்சு } A^1 = \frac{F_0}{m(w^2 - w_d^2)}$$

நேர்வு (ii)

வெளிப்புற செலுத்தும் அதிர்வெண்ணானது இயல் அதிர்வெண்ணுக்கு அருகில் உள்ள போது வீச்சு

$$\text{வீச்சு } A^1 = \frac{F_0}{w_d b}$$

ஒத்ததிர்வு:

வெளிப்புறத்திலிருந்து செலுத்தும் அதிர்வெண்ணானது அலைவுறும் அமைப்பின் இயல் அதிர்வெண்ணிற்கு சமமாகும் போது.

பயிற்சி வினாக்கள்

1. (2014) ஒரு மனிதனின் சராசரி இதயத்துடிப்பானது நிமிடத்திற்கு 72 முறை துடிக்கிறது எனில், அதன் அதிர்வெண் மற்றும் அலைவுக்காலம் முறையே
 அ) 1.2 Hz, 0.83S ஆ) 2.5 Hz, 1.2S இ) $2H^2$, 1.2S ஈ) 2.5 Hz, 0.83S
2. (2012) மாறா வேகத்தில் வட்டப்பாதையில் இயங்கும் துகளின் இயக்கம்
 அ) சீரிசை ஆனால் தனிச்சீரிசை இயக்கமல்ல ஆ) தனிச்சீரிசை இயக்கம் ஆனால் சீரிசை இயக்கமல்ல
 இ) சீரிசை மற்றும் தனிச்சீரிசை இயக்கம் ஈ) சீரிசை இயக்கமும் தனிச்சீரிசை இயக்கமும் இல்லை
3. (2011) சம அதிர்வெண் மற்றும் சம வீச்சுடனும் இரு துகள்கள் நெருக்கமாக இணையாக நேர்க்கோட்டில் ஒன்றின் பக்கத்தில் ஒன்றாக அலைவறுகின்றன. அவை இரண்டும் அவற்றின் வீச்சின் பாதி தொலைவில் ஒன்றையொன்று கடக்கின்றன. இரு துகள்களின் கட்ட வேறுபாடு என்ன?
 அ) $\frac{\pi}{6}$ ஆ) 0 இ) $\frac{2\pi}{3}$ ஈ) π
4. (2016) தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளொன்றின் முடுக்கமானது சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து 4cm தொலைவில் இருக்கும் போது 16cms^{-2} ஆக உள்ளது. அதன் அலைவுக்காலம்
 அ) 1s ஆ) 2.572s இ) 3.142s ஈ) 6.028s
5. U - வடிவக் குழாயில் அலைவறும் திரவத்தின் இயக்கம்
 அ) சீரிசை ஆனால் தனிச்சீரிசை இயக்கமல்ல ஆ) சீரிசையற்ற இயக்கம்
 இ) தனிச்சீரிசை இயக்கம் மற்றும் அலைவுக்காலமானது திரவத்தின் திரவத்தின் அடர்த்தியைச் சார்ந்ததல்ல.
 ஈ) தனிச்சீரிசை மேலும் அலைவுக்காலமானது திரவத்தின் அடர்த்தியைச் சார்ந்தது.
6. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பைச் சார்ந்தது பின்வருவனற்றில் எது சரியான கூற்று
 அ) சமநிலைப்புள்ளியில் முழுக்கமானது (a) பெருமம் ஆ) முழுக்கமானது பெரும இடப்பெயர்ச்சியில் பெருமம்
 இ) முழுக்கமானது மாறிலி ஈ) முழுக்கமானது எப்பொழுதும் சுழி
7. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் எது மாறாதது
 அ) இயக்க ஆற்றல் ஆ) நிலை ஆற்றல் இ) மீள் விசை ஈ) இடப்பெயர்ச்சி உ) அதிர்வெண்
8. இரண்டு தனிச்சீரிசை இயக்கங்கள் $y_1 = 10 (\sin 2\pi t + \cos 2\pi t)$ மற்றும் $y_2 = 5 \sin (2\pi t + \phi)$ எனில் - அவற்றின் வீச்சுகளின் தகவு
 அ) 1 : 1 ஆ) 4 : 1 இ) 1 : 3 ஈ) $\sqrt{3} : 1$
9. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் ஒரு துகளின் அலைவுக்காலம் (T) 16S துகளானது நிலையானப் புள்ளியிலிருந்து (Mean Position) இயங்க ஆரம்பிக்கிறது. இரண்டு வினாடிகளுக்குப் பிறகு அதன் திசைவேகம் 0.2ms^{-1} எனில் அதன் வீச்சு என்ன
 a) 1.44m b) 0.72m c) 2.88m d) 0.36m
10. ஒரு பொருளானது $x = 5 \cos (2/\pi + \pi/4)$ எனும் சமன்பாட்டின் படி தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. எனில் காலம் $t = 1$ எனும் பொழுது அதன் இடப்பெயர்ச்சி
 அ) $\frac{\sqrt{2} m}{5}$ ஆ) $\frac{1}{\sqrt{3}} m$ இ) $\frac{1}{\sqrt{2}} m$ ஈ) $\frac{1}{2} m$ உ) $\frac{5}{\sqrt{2}} m$
11. இரண்டு தனிச்சீரிசை இயக்கங்களின் சமன்பாடு $x^1 = a \sin \omega t + a \cos \omega t$ $x^2 = a \sin \omega t + \frac{a}{\sqrt{2}} \cos \omega t$ எனில் அவற்றிற்கிடப்பட்ட வீச்சுகளின் தகவு, மற்றும் வெற்றிற்கீடைப்பட்ட கட்ட வேறுபாடு என்ன?
 அ) $\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{\pi}{12}$ ஆ) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{12}$ இ) $\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{12}$ ஈ) $\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{\pi}{6}$

12. சமநிலைப்புள்ளி அல்லாது நிலையானப் புள்ளியில் இருந்து இயங்கும் துகளின் நிலை $y = ax - bt$ இதன் நிலை
அ) இது எப்பொழுதும் தனிச்சீரிசை இயக்கம் ஆ) இது ஒருபோது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளாது

இ) $t \rightarrow \frac{bx}{a}$ எனும் போது மட்டுமே தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும்

ஈ) $t \leq \frac{bx}{a}$ எனும் போது மட்டுமே தனிச்சீரிசை இயக்கம்

13. x திசையில் இயங்கும் துகளின் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் சமன்பாடு $x = A \cos (wt + \phi)$. காலம் $t = 0$ எனும் போது துகள் $x = 0$ எனும் நிலையில் உள்ளது. மேலும் எதிர் x அச்சின் (-x) திசையில் இயங்குகிறது எனில் துகளின் கட்டக் கோணம் ϕ

அ) $\frac{\pi}{2}$ ஆ) π இ) π ஈ) 0

14. இரண்டு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் சமன்பாடுகள் $y_1 = 5 \sin (100t)$ மற்றும் $y_2 = 4 \cos (100t + \pi/4)$, எனில் அவற்றிற்கிடையேயான கட்ட வேறுபாடு

அ) $\frac{\pi}{4}$ ஆ) $\frac{\pi}{2}$ இ) π ஈ) $\frac{3\pi}{4}$ உ) $\frac{\pi}{3}$

15. துகளொன்று 0.2m வீச்சுடன் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. அதன் அலைவுக்காலம் 225, எனில், நிலையானப் புள்ளியிலிருந்து 0.1m தொலைவிற்கு நகர எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் என்ன?

அ) 2s ஆ) 3s இ) 8s ஈ) 12s

16. $x = 5 \sin (3\pi t + \sqrt{3} \cos 3\pi t)$ எனும் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வீச்சு என்ன?

அ) 10 ஆ) 20 இ) 1 ஈ) 5

17. $x_1 = A \sin (wt + \pi/6)$; $x_2 = A \cos wt$ ஆகிய இரு தனிச்சீரிசை இயக்கப்படுக்கிடையேயான கட்ட வேறுபாடு என்ன?

அ) $\frac{\pi}{6}$ ஆ) $\frac{\pi}{3}$ இ) $\frac{\pi}{2}$ ஈ) $\frac{2\pi}{3}$

18. பின்வருவனவற்றும் எவையெவை தனிச்சீரிசை இயக்கத்தைக் குறிக்கின்றன

அ) $y = \sin wt - \cos wt$ ஆ) $y = \sin^2 wt$ இ) $y = 5 \cos (\frac{3\pi}{4} - 3wt)$ ஈ) $y = 1 + wt + w^2 t^2$

1) அ மட்டும் ஆ) ஈ மட்டும் தனிச்சீரிசை இயக்கமல்ல இ) ஆ மற்றும் இ மட்டும் ஈ) அ மற்றும் ஆ மட்டும்

19. பின்வருவனவற்றில் எது தனிச்சீரிசை இயக்கமல்ல?

அ) $\cos wt + \sin wt$ ஆ) $\sin wt - \cos wt$ இ) $1 - \sin 2wt$ ஈ) $\sin wt + \cos (wt + \alpha)$

20. $x(t) = A \cos (wt + \phi)$ என்பது தனிச்சீரிசை இயக்கமெனில் ϕ என்பது

அ) கட்ட மாறிலி ஆ) அதிர்வெண் இ) வீச்சு ஈ) இடப்பெயர்ச்சி

21. தனிச்சீரிசை இயக்கம் அல்லாதது எது?

அ) சுருள்வில்லின் சொங்குத்து இயக்கம் ஆ) தனிஊசலின் இயக்கம்

இ) க்யூயனைச் சுற்றும் கோளின் இயக்கம் ஈ) U வடிவக் குழாயில் உள்ள திரவத்தம் படத்தின் இயக்கம்

உ) திரவத்தில் மிதக்கும் கட்டையின் சொங்குத்து அசைவு

22. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் அலைவுக்காலம் 6s எனில், நிலையினால் புள்ளியிலிருந்து வீச்சில் பாதி தொலைவைக் கடக்க எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் என்ன?

அ) $\frac{3}{2}s$ ஆ) $\frac{1}{2}s$ இ) $\frac{3}{4}s$ ஈ) $\frac{1}{4}s$

23. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் பொருளின் அலைவுக்காலம் T எனில், நிலையானப் புள்ளியிலிருந்து வீச்சில் பாதி தொலைவை கடக்க ஆகும் காலம் என்ன

அ) $\frac{T}{2}$ ஆ) $\frac{T}{4}$ இ) $\frac{T}{6}$ ஈ) $\frac{T}{12}$

50. $5 \times 10^3 \text{ N}^{-1}$ உடைய சுருள்வில்லானது தொடக்க நிலையிலிருந்து 5 செ.மீ நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளது. அதனை மேலும் 5 செ.மீ நீட்சிக்குத் தேவையான வேலையின் அளவு
 அ) 6.52 Nm ஆ) 1250 Nm இ) 18.75 Nm ஈ) 25.00 Nm
51. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் அதிர்வெண் ν எனில் அதன் இயக்க ஆற்றல்
 அ) அதிர்வெண் γ யுடன் சீராக மாறுகிறது ஆ) அதிர்வெண் 2γ யுடன் சீராக மாறுகிறது
 இ) அதிர்வெண் வின் சீராக மாறுகிறது ஈ) மாறிலி
52. சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து வீச்சின் பாதிதொலைவில் மொத்த ஆற்றலின் எத்தனை பங்கு இயக்க ஆற்றலாகும்
 அ) $\frac{1}{2}$ ஆ) $\frac{1}{4}$ இ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ஈ) $\frac{3}{4}$
53. ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வீச்சு A எனில், சமநிலைப்புள்ளியில் இருந்து துகள் தொலைவில் உள்ள போது இயக்க ஆற்றல் (KE) க்கும் நிலை ஆற்றல் (P.E) க்கும் உள்ள தொடர்பு
 அ) $KE = \frac{P.E}{2}$ ஆ) $KE = \sqrt{2} P.E$ இ) $KE = PE$ ஈ) $KE = \frac{P.E}{\sqrt{2}}$
54. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் இயக்க ஆற்றல் இழக்கப்படும் வீதம் எதற்கு நேர்த்தகவு
 அ) e^x ஆ) x^3 இ) $10gx$ ஈ) x^2
55. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் வீச்சு A. சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து எந்தத் தொலைவில் நிலையாற்றலில் பாதியாக இருக்கும்
 அ) $\frac{A}{4}$ ஆ) $\frac{A}{2}$ இ) $\frac{A}{\sqrt{2}}$ ஈ) $\frac{A}{\sqrt{3}}$
56. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் அதிர்வெண் f_x எனில் அதன் இயக்க ஆற்றல்
 அ) f ஆ) $\frac{f}{2}$ இ) $2f$ ஈ) $4f$
57. SHM - நிறையுள்ள பொருள் ஒன்று சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்டு அலைவுகிறது. அதன் திசைவேகம் $V = 1.60 \sin(6.28t) \text{ ms}^{-1}$ எனும் போது அமைப்பின் நிலையாற்றல் (சிறும நிலையாற்றலை சுழி என எடுத்துக்கொள்க)
 அ) 0.778J ஆ) 0.384J இ) 0.192J ஈ) சுழி
58. தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் துகளின் இயக்க ஆற்றல் $K_0 \cos^2 \omega t$. இதன் பெரும் நிலையாற்றல் மற்றும் மொத்த ஆற்றல் முறையே
 அ) $K_0/2$ மற்றும் K_0 ஆ) K_0 மற்றும் $2K_0$ இ) K_0 மற்றும் K_0 ஈ) 0 மற்றும் $2K_0$
59. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் $3g$ நிறையுள்ள பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி $y = 3 \sin(0.2t)$. சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து (A/3) வீச்சில் 1/3 பங்கு தொலைவில் உள்ளபோது அதன் இயக்க ஆற்றல்
 அ) $12 \times 10^{-3} \text{ J}$ ஆ) $25 \times 10^{-3} \text{ J}$ இ) $0.48 \times 10^{-3} \text{ J}$ ஈ) $0.24 \times 10^{-3} \text{ J}$
60. A வீச்சுடைய தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் மொத்த ஆற்றலானது எதற்கு நேர்த்தகவில் உள்ளது
 அ) A^2 ஆ) A இ) $\frac{1}{A^2}$ ஈ) $1/A$
61. புவியைச் சுற்றி வரும் செயற்கைக் கோளின் உள்ள தனிஊசலின் அலைவுக்காலம்
 அ) $\frac{1}{\pi}$ ஆ) சுழி இ) π ஈ) முடிவிலி
62. புறக்கணிக்கத்தக்க நிறையுள்ள சுருள்வில்லின் முனையில் M நிறையுள்ள பொருள் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. சுருள்வில்லானது T என்ற அலைவுக்காலத்துடன் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. நிறையான m அளவு $\frac{5}{4}T$ என்றாகிறது எனில் $\frac{m}{M}$ ன் மதிப்பு என்ன?
 அ) $\frac{9}{16}$ ஆ) $\frac{5}{4}$ இ) $\frac{25}{16}$ ஈ) $\frac{4}{5}$

63. கீடைமட்டச் சுருள்வில்லுடன் m_1 என்ற நிறையுடைய பொருள் ஒன்று இணைக்கப்பட்டு A என்ற வீச்சுடன் தனிச்சரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. நிறை m_1 அல்லது நடுநிலைப்புள்ளியை கடக்கும் போது அதனுடன் m_2 எனும் நிறை இணைக்கப்படுகிறது. இவை இரண்டும் சேர்த்து A1 என்னும் வீச்சுடன் அலைவறுகிறது எனில்

வீச்சுகளின் தகவு $\frac{A_1}{A}(m_2 < m_1)$

அ) $\left[\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right]^{\frac{1}{2}}$ ஆ) $\left[\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right]^{\frac{1}{2}}$ இ) $\left[\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right]^{\frac{1}{2}}$ ஈ) $\left[\frac{m_1 + m_2}{m_2}\right]^{\frac{1}{2}}$

64. l - நீளமுள்ள m - நிறையுள்ள தன் ஊசலின் கோண இடப்பெயர்ச்சி θ . அதன் இயக்க ஆற்றல்
அ) $mg l (1 + \cos\theta)$ ஆ) $mg l (1 + \cos^2\theta)$ இ) $mg l (1 - \cos\theta)$ ஈ) $mg l (1 - \cos^2\theta)$
65. M நிறையுள்ள பொருளானது மென் சுருள்வில்லுடன் தொங்கவிடப்படுகிறது மேலும் கூடுதலாக m - நிறையான இணைக்கப்படும் போது சுருள்வில்லானது X - தொலைவு மேலும் இடப்பெயருகிறது (நீட்சிக்கிறது) எனில், இரு நிறைகளும் சேர்ந்து அலைவறும்போது அலைவுக்காலம்

அ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{mg}{X(M+m)}}$ ஆ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(M+m)X}{mg}}$ இ) $T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{mg}{X(M+m)}}$ ஈ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(M+m)}{Mg}}$

66. இரண்டு தனி ஊசல்கள் 45° மாறாத கட்ட வேறுபாடுடனும், ஒரே வீச்சுடனும் அலைவறுகிறது. ஒரு ஊசலின் பெருமத் திசைவேகம் V உடனும் மற்றொன்று V + X - உடன் (பெரும திசைவேகம்) இயங்குகின்றன எனில் X -ன் மதிப்பு

என்ன? அ) 0 ஆ) $\frac{1}{2}$ இ) $\frac{V}{\sqrt{2}}$ ஈ) $(\sqrt{2})V$

67. பூமியில் அலைவுக்காலம் 2S உள்ள ஒரு தனிஊசலானது, புவியின் நிறை மற்றும் விட்டத்தைப் போல் இரண்டு மடங்கு நிறை மற்றும் விட்டம் கொண்ட கோளின் வைத்தால், அக்கோளில் அலைவுக்காலமானது

அ) $\frac{1}{2}$ ஆ) $2\sqrt{2}$ இ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ஈ) 2 உ) $\sqrt{2}$

68. 200g நிறையும் 50cm² குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பும் 4cm உயரமும் கொண்ட குடுவை (bottle) ஒன்று நீரின் மேற்பரப்பில் செங்குத்தாக அலைவறுகிறது எனில் அதன் அதிர்வெண்

அ) 1.5Hz ஆ) 2.5 Hz இ) 3.5Hz ஈ) 4.5 Hz

69. 9.8m நீளம் கொண்ட தனிஊசலின் அளவுக்காலம்

அ) 0.159s ஆ) 3.14s இ) 5.6s ஈ) 6.28s

70. சுருள் மாறிலி K உடைய கம்பிச் சுருள்வில் இரு துண்டுண்டுகளாக வெட்டப்பட்டுள்ளது. ஒன்றின் நீளம் மற்றொன்றின் நீளத்தைப்போல் இரு மடங்கு எனில், அதிக நீளமுள்ள துண்டில் விசைமாறிலி என்ன?

அ) $\frac{2}{3}K$ ஆ) $\frac{3}{2}K$ இ) 3K ஈ) 6K

71. மாறாத திசைவேகத்தில் இயங்கும் தொடர்வண்டியில் தொடங்கப்பட்ட தனி ஊசலின் அலைவுக்காலமானது

அ) அதிகரிக்கும் ஆ) குறைகிறது இ) மாறாது ஈ) இவற்றில் எதுவுமில்லை

72. ஒரு பொருளான ஒத்ததிர்வில் உள்ளபோது எந்த இயற்பியல் அளவு உயறுகிறது

அ) அதிர்வெண் ஆ) அலைநீளம் இ) வீச்சு ஈ) இவை அனைத்தும்

73. தனிஊசலின் அலைவுக்காலத்திற்கும் அதன் நீளத்திற்கும் எதிரே வரையப்படும் வரைபடமானது

அ) வட்டம் ஆ) நேர்கோடு இ) நீள்வட்டம் ஈ) பரவளையம்

74. 1m நீளமுள்ள தனிஊசலானது $\theta = 60^\circ$ மட்டும் கோணத்தில் நகர (அலைவறு) விடப்படுகிறது எனில் $\theta = 30^\circ$ எனும்போது அதன் திசைவேகம் மாறும் வீதம் என்ன?

அ) 10ms^{-2} ஆ) 7.5ms^{-2} இ) 5ms^{-2} ஈ) $5\sqrt{3}\text{ms}^{-2}$ உ) 2.5ms^{-2}

75. சுருள் மாறிலி K உடைய சுருள்வில்லானது இரு சமபகுதிகளாக வெட்டப்படுகிறது எனில் ஒவ்வொன்றின் விசை மாறிலி

அ) $\frac{K}{\sqrt{2}}$ ஆ) K இ) $K/2$ ஈ) 2K

இங்கு $F = Ma$ மீள்விசை எனில் $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{F/x}}$

மேலும் $T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{நிறை}}{\text{ஓரலகு இடப்பெயர்ச்சியில் மீள்விசை}}}$

மீள்விசையானது $F = Kx$ (குறியின்றி)

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{kx}{x}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{நிறை}}{\text{விசை மாறிலி}}}$$

∴ அதிர்வெண் $n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\text{முடுக்கம்}}{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}}$

இதிலிருந்து அதிர்வெண் மற்றும் அலைவுக்காலமானது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் அலைவின் வீச்சினைச் சார்ந்ததல்ல என அறியலாம்.

v தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் ஆற்றல்:

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகள் ஒன்று நிலையாற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இரண்டையும் கொண்டுள்ளது.

தன் மேல் செயல்பட்டு நிலையான புள்ளியை (mean position) நோக்கி நகர வைக்கும் மீள் விசைக்கு எதிராக துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியினால் நிலையாற்றலைக் கொண்டுள்ளது.

தன் இயக்கத்தினால் இயக்க ஆற்றலைப் பெற்றுள்ளது. இந்த இரு ஆற்றல்களும் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் மாறிக்கொண்டே இருக்கும். ஆனால் இவற்றில் கூடுதல் எப்போதும் மாறிலி ஆகும். (சிதறலடையச் செய்யும் எந்த விசையும் இல்லாத போது)

m - என்பதை துகளின் நிறை எனவும், அதன் இடப்பெயர்ச்சி X எனவும் திசைவேகம் V எனவும் கொள்க.

$$\text{அதன் இயக்க ஆற்றல் } Ek = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2(A^2 - x^2) \quad V = \pm W\sqrt{A^2 - x^2}$$

இங்கு $w = \frac{2\pi}{T}$ A - வீச்சு துகளின் மீது மீள்விசை செயல்பட்டு சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து என்ற

இடப்பெயர்ச்சியை ஏற்படுத்தினால், $F = ma = mw^2x$

இந்த மீள்விசை செயல்பட்டு dx என்ற மீச்சிறிய இடப்பெயர்ச்சியாக ஏற்படுத்தினால், வேலை $dw = Fdx = mw^2x dx$

$$\text{மொத்த வேலை நிலை ஆற்றல் } Ep = \int_0^x mw^2x dx = \frac{1}{2}mw^2x^2$$

$$\text{மொத்த ஆற்றல் } E = Ex + Ep = \frac{1}{2}mw^2(A^2 - x^2) + \frac{1}{2}mw^2x^2$$

$$E = \frac{1}{2}mw^2A^2 \quad w = 2\pi n$$

$$E = \frac{1}{2}m(2\pi n)^2 A^2 = 2\pi^2 n^2 mA^2$$

∴ துகளின் மொத்த ஆற்றலானது வீச்சின் இருமக்கு நேரத்தகவிலும் அதிர்வெண்ணின் இருமடிக்கு நேரத்தகவிலும் உள்ளது, ஆனால் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியை (x) சார்ந்ததல்ல.

v **இயக்க ஆற்றல்**

(i) நிலையானப் புள்ளியில் , அதாவது $x = 0$ எனும் புள்ளியில் துகளின் இயக்க ஆற்றல் பெருமமாக இருக்கும்.

$$E_x \text{ பெருமம்} = \frac{1}{2}mw^2A^2$$

(ii) தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் பெரும எல்லைப் பகுதியில். அதாவது $x = +A$ எனும் புள்ளிகளில் இயக்க ஆற்றல் சிறும மதிப்பை பெரும்

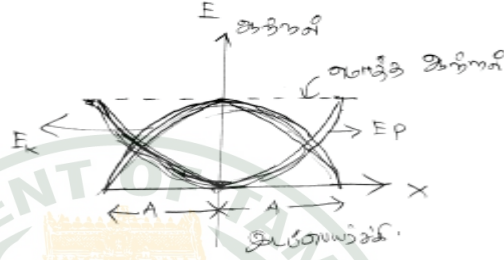
$$E_x \text{ சிறுமம்} = \frac{1}{2}mw^2 (A^2 - A^2) = 0$$

v **நிலையாற்றல்**

(i) $x = 0$ நிலையானப் புள்ளியில் நிலை ஆற்றல் சிறுமம் $E_p = 0$

(ii) பெரும எல்லை நிலைகளில் அதாவது $x = \pm A$ புள்ளிகளில் நிலை ஆற்றல் பெரும மதிப்பை அடைகிறது.

$$E_p = \frac{1}{2}mw^2A^2$$



v **இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிராக**

இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலையாற்றலின் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும். மொத்த ஆற்றலானது இடப்பெயர்ச்சி அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும்.

v தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சி x , திசைவேகம் v மற்றும் முடுக்கும் a ஆனது

$$x = A \sin wt = A \sin \frac{2\pi}{T}t \longrightarrow (i)$$

$$v = Aw \cos wt = Aw \sin \left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \longrightarrow (ii)$$

$$a = -Aw^2 \sin wt = Aw^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T}t + \pi \right) \longrightarrow (iii)$$

A - வீச்சு, T - அலைவுக்காலம்.

மேற்காண் சமன்பாட்டிலிருந்து, வெவ்வேறு கண நேரங்களில் x , v , a - ன் மதிப்புகள் கணக்கிடப்படுகிறது.

(i) (When) $t = 0$ என இருக்கும் போது

$$x = A \sin 0 = 0 \quad v = Aw \sin \pi/2 = Aw \quad a = Aw^2 \sin \pi = 0$$

(ii) $t = T/4$ எனும் போது

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} + \pi \right) = A \quad v = Aw \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} + \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$a = Aw^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} + \pi \right) = -Aw^2$$

(iii) $t = T/2$

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} = 0 \quad v = Aw \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = -Aw$$

(iv) $t = 3T/4$

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} X \frac{2T}{4} + \right) = -A$$

$$V = Aw \sin = \left(\frac{2\pi}{T} X \frac{3T}{4} + \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$a = \Delta w^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} X \frac{3T}{4} + \pi \right) = Aw^2$$

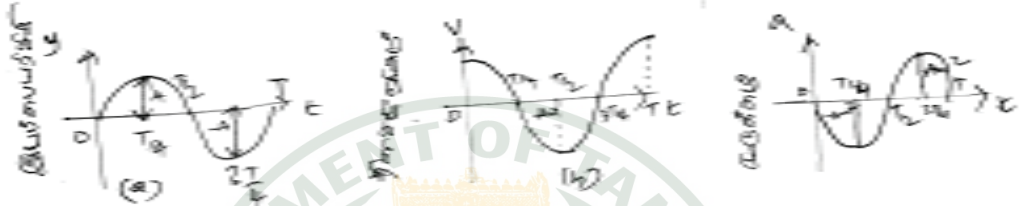
(v) $t = T$

$$x = A \sin 2\pi = 0$$

$$V = Aw \sin (2\pi + \pi/2) = Aw$$

$$a = Aw^2 \sin (2\pi + \pi) = 0$$

Time (t) காலம்	0	T/4	T/2	3T / 4	T
இடப்பெயர்ச்சி	0	A	0	-A	0
திசைவேகம்	Aw	0	-Aw	0	AW
முடுக்கம்	0	-Aw ²	0	Aw ²	0



மேற்காண் வரைபடங்களில் இருந்து

- ஒரே கால இடைவெளியில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் ஆகியவை காலத்தை பொறுத்து, தொடர்ந்து மாறிக்கொண்டே உள்ளன.
- திசைவேகத்தின் வீச்சானது இடப்பெயர்ச்சியின் வீச்சைப் போல போல W^2 மடங்கும் உள்ளது.
- திசைவேகமானது இடப்பெயர்ச்சியை விட $\pi/2$ கட்டம் முன்தாங்கி உள்ளது.

v தனிச்சரிசை இயக்கத்திலுள்ள கணித வடிவில் எழுதுதல் :

SHM - ஐ மேற்கொள்ளும் ஒரு துகள் t - காலத்தில் நிலையான புள்ளியிலிருந்து x என்ற தூரம் இடப்பெயர்ச்சி அடைந்திருப்பதாக இருக்கட்டும்.

வரையறையின்படி SHM ல் மீள்விசையானது இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேரத்தகவிலும் எதிர்த்திசையிலும், நிலைப்புள்ளியை நோக்கியும் இருக்கும். துகளின் நிறை m எனக் கொண்டால்

$$F = Ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

SHM - ன் நிபந்தனையின்படி

$$m \frac{d^2x}{dt^2} \propto -x \quad (\text{அ}) \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m} X \quad (\text{ஆ}) \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x = 0$$

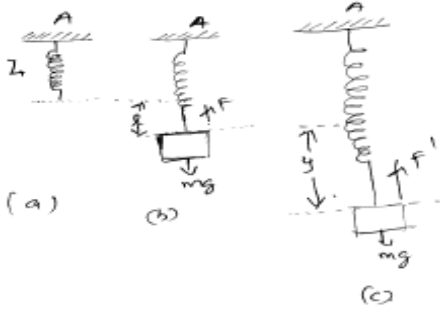
$$\frac{k}{m} = w^2 \text{ எனக் கொண்டால்}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + w^2x = 0$$

இதுவே தனிச்சரிசையியக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு ஆகும்.

இதன் தீர்வு $x = A \sin (wt + \phi)$

A - வீச்சு, ϕ - தொடக்கம் கட்டம்

சுருள் வில்லின் அலைவுகள் : (Oscillations of spring)

'L' நீளமுடைய நீட்டப்படாத மெல்லிய சுருள்வில் ஒன்று உறுதியான புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்படுகிறது. அதன் மறுமுனையை m - நிறைகொண்ட பொருள் ஒன்று தொங்கவிடப்படுகிறது. அதன் நீளம் "l" அளவு அதிகரிக்கிறது. சுருளின் மீதான மீள்விசை $F = -Kl$ எதிர்குறியான விசை நீட்சிக்கு (இடப்பெயர்ச்சி) எதிர்த் திசையில் செயல்படுவதைக் குறிக்கிறது.

தற்போது பொருள் இருவிசைகளினால் சமநிலையில் உள்ளது.

(i) மேல்நோக்கிய மீள் விசை (F) (ii) கீழ்நோக்கிய எடை (mg)

$$F + Mg = 0$$

$$-Kl + Mg = 0$$

$$Mg = Kl$$

தற்போது பொருளானது கீழ்நோக்கி "y" தொலைவு இழுத்து விடப்படுகிறது எனில், பொருள் மேலும் கீழும் அலைவிற்குட்படும். ஆகவே மொத்த நீட்சியானது (l + y).

எனவே பொருளின் மீதான மீள் விசை

$$F^1 = -K(l + y)$$

தற்போது பொருளின் மீது செயல்படும் நிகர விசை சமன்பாடு (1) ன் படி

$$F^1 = F^1 + mg = -Kl - ky + mg \quad [\% K^1 = mg]$$

$$= -mg - ky + mg = -ky$$

$$F^1 = -ky$$

$$a = -\left(\frac{k}{m}\right)y$$

எனவே a $\propto -y$

$$a = \frac{F^1}{m}$$

$$\text{இங்கு } \frac{K}{m} \text{ மாறிலி}$$

இதிலிருந்து முடுக்கமானது நிலைப்புள்ளியிலிருந்து சுருள்வில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்த்தகவிலும், இடப்பெயர்ச்சியின் திசைக்கு எதிர்த்திசையிலும் இருப்பதை அறியலாம். ஆகவே பொருளின் இயக்கம் ஒரு தனிச் சீரிசை இயக்கமாகும்.

$$\text{அலைவுக்காலம் } T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\left\{ \frac{a}{y} = \frac{k}{m} \quad \frac{y}{a} = \frac{m}{k} \right\}$$

∴ அலைவுக்காலம் - ஆனது பொருளின் நிறையையும், சுருள் மாறிலியையும் சார்ந்துள்ளது.

குறிப்புகள்:

m - நிறையுள்ள பொருள் நிறையற்ற சுருள் மாறிலி K உடைய சுருள் வில்லுடன் தொங்கவிடப்பட்டால்.

$$\text{அதன் அலைவுக்காலம் } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

m நிறையுள்ள பொருள் M நிறையுடைய சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்டிருப்பின் அலைவுக்காலம்.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(m + M/3)}{k}}$$

சுருள் மாறிலி K உடைய சுருள்வில் N பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு இருப்பின் (m நிறையுடைய பொருள்

$$\text{தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது) எனில் அலைவுக்காலம். } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{Nk}}$$

m_1 மற்றும் m_2 நிறைகள்

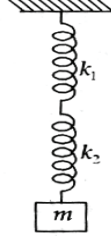
K சுருள் மாறிலி கொண்ட சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்டால்

அலைவுக்காலம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$ நிறையின் மையம் $M = \frac{m_1 + m_2}{2}$ இணைப்புச் சுருள் ஊசல்கள்.

K_1, K_2 என்ற சுருள்மாறிலிகள் கொண்ட இரு சுருள்வில்கள் தொடராகவும், பக்க இணைப்பிலும் உள்ள

போது

தொடர்



தொகுபயன் சுருள்மாறிலி

$$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

அலைவுக்காலம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_s}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(K_1 + K_2)}{K_1 K_2}}$$

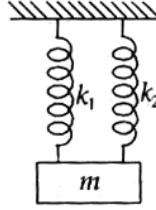
குறிப்பு:

சுருள் வில்லானது l_1, l_2 என்ற இரு துண்டுகளாக வெட்டப்படும் போது

$$l_1 \text{ நீளத்தின் சுருள் மாறிலி } l_1 = k_1 = k \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)$$

$$l_2 \text{ நீளத்தின் சுருள் மாறிலி } l_2 = k_2 = k \left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)$$

பக்க இணைப்பில்



தொகுபயன் சுருள் மாறிலி தொகுபயன் சுருள்மாறிலி

$$K_p = K_1 + K_2$$

$$K_p = K_1 + K_2$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_p}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_p}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}}$$

V தனி ஊசல் : (Simple pendulum)

தனி ஊசலானது தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு பொதுவான ஒரு உதாரணமாகும்.

தனி ஊசலில் புறக்கணித்தக்க நிறை (நிறையற்ற) நீட்சியடையாத (inextensible) முழுவதும் நெகிழ்வுத்தன்மை (flexible) உடைய நூல் ஒன்று ஒரு முனையில் திடமான பகுதியில் கட்டப்பட்டு அதன் மறுமுனையில் ஒரு புள்ளி நிறை (point mass) தொங்கவிடப்பட்ட அமைப்பாகும்.

நடைமுறையில் நிறையற்ற நூல் மற்றும் ஒரு புள்ளி நிறை கிடைப்பது. அரிது. ஆகவே நல்லியல்பு தனி ஊசல் என்பது ஒரு கருத்து மட்டுமே. இது நடைமுறையில் இல்லை.

நடைமுறையில் சிறிய உலோக கோள வடிவக் குண்டு நூலில் தொங்கவிடப்பட்டு தன் ஊசல் அமைக்கப்படுகிறது.

நூல் தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளிக்கும் ஊசல் குண்டின் நிறையின் மையத்திற்கும் உள்ள தொலைவு ஊசலின் பயனுறு நீளம் (effective congin of the pendulum) என்று அழைக்கப்படுகிறது. நிலைப்புள்ளியில் இருந்து ஊசல் குண்டானது θ கோணம் விலகி p என்ற புள்ளியில் இருக்கும் போது அதன் மீது செயல்படும் விசைகள்.

(i) குண்டின் எடையானது, mg செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படுகிறது.

(ii) இழுவிசை T ஆனது நூலின் வழியே (P - ன் வழியே)

P - ல் Mg - ன் கிடைத்தளக் கூறு $Mg \cos\theta$ இழுவிசை (T) யை சமன் செய்கிறது.

$$T = Mg \cos\theta$$

Mg - ன் செங்குத்து கூறு $Mg \sin\theta$ ஆனது PB ன் வழியே செயல்பட்டு மீண்டும் (O ஐ) நிலைப்புள்ளியை நோக்கி நகரச் செய்கிறது.

சிறிய கோணங்களுக்கு ($\theta < 4^\circ$)

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{x}{l} \quad 1 \theta = x \quad \theta = \frac{x}{l}$$

$$\{x = OP\}$$

$$F = -mg\theta = -mg \frac{x}{l}$$

$$\text{தனி ஊசலின் முடுக்கம் } a = \frac{F}{m} = \frac{-gx}{l} \dots \dots \dots (1)$$

$\frac{g}{l}$ மாறிலி $a \propto -x$ ஃ ஆகவே தனி ஊசலின் இயக்கம் ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கமாகும்.

S.H.M. - ன் முடுக்கம் $a = -w^2x$

$$W^2 = \frac{g}{l} \quad W = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

தனி ஊசலின் அலைவுக்காலம்

$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

v **தடையற்ற மற்றும் தடையுறு அலைகள்:**

Un Damped Oscillations (தடையற்ற அலைகள்)

காலத்தைப் பொறுத்து மாறாத வீச்சுடன் துகளான அலைவினை மேற்கொண்டால் அது தடையற்ற அலைகள் எனப்படும்.

தடையற்ற அலைவினை மேற்கொள்ளும் அமைப்பின் ஆற்றல் எப்போது மாறிலி மற்றும் காலத்தைச் சார்ந்து மாறாது.

தடையற்ற அலைவினை மேற்கொள்ளும் அமைப்பில் உராய்வு விசை பாகியல் விசை போன்ற எந்த ஒரு ஆற்றல் வீணாக்கக்கூடிய (Dissipative forces) விசைகள் (அ) +++++ வீணாகிற விசைகள் எதுவும் இடம் பெறாது (அ) இருக்காது.

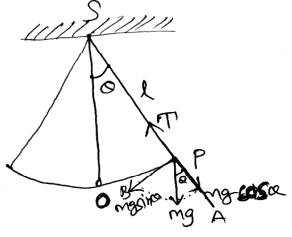
தடையுறு அலைகள் (Damped Oscillations):

காலத்தைச் சார்ந்து வீச்சு மாற்றமடைந்தால் அமைப்பின் அலைவுகள் தடையுறு அலைகள் எனப்படும்.

Damped Simple harmonic motions :

தடையுறு தனிச்சீரிசை இயக்கங்கள் :

காற்றில் அலைவுறும் தனிஊசலானது உடனடியாக அலைவுகளை இழந்து ஓய்வுநிலைக்கு வரும். இதற்குக் காரணம் காற்று ஏற்படுத்தும் தடை விசை (drag force) மற்றும் தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளியில்



ஏற்படும் உராய்வும் தனி ஊசலின் இயக்கத்தை எதிர்ப்பதே ஆகும். மேலும் ஆற்றலை படிப்படியாக சூழ்ந்துவிடுகிறது. ஆகவே ஊசலானது தடையுறு அலைகளை வெளிப்படுத்துகிறது.

$e^{-bt/2m}$ -ன் குறைவானது மிகச் சிறியது எனில் சமன்பாடு (i) தோராயமாக சீரிசையானது (Periodic)

தீர்வு $x (+)$ ஆனது Cosine சார்பாக இருப்பதால், அதன் வீச்சு $x_0 e^{-bt/2m}$ காலத்தைப் பொறுத்து படிப்படியாக குறைகிறது. இது படம் b - ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$b = 0$ என அமைந்தால் (அதாவது தடையே இல்லாத நிலை) சமன்பாடு (ii) $x(t)$ மற்றும் (iii) w^1 , இடப்பெயர்ச்சி $x (+)$ கோண அதிர்வெண் ஆனது தடையற்ற அலையியற்றியின் இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் அதிர்வெண்ணைக் குறிக்கிறது.

தடையற்ற (indamped) அலையியற்றியின் எந்திர ஆற்றலானது மாறிலியாகும். அதன் சமன்பாடு

$$E = \frac{1}{2} Kx_m^2$$

அலையியற்றியானது தடையுறு (Damped) அலையியற்றி எனில் எந்திர ஆற்றலானது மாறிலியாக அமையாமல் காலத்தைச் சார்ந்து (அதிகரிக்கும் காலம்) குறைகிறது.

இதன் வீச்சு $x_m = x_m e^{-bt/2m}$

$$\text{ஆற்றல் } E (+) = \frac{1}{2} L \left(x_m e^{-bt/2m} \right)^2 = \frac{1}{2} Kx_m^2 e^{-bt/m}$$

சமன்பாடானது காலத்தைப் பொறுத்து அடுத்தக்குறி முறைப்படி குறைவதைக் காட்டுகிறது.

தடையானது மிகச் சிறியது எனில் $\frac{b}{\sqrt{Km}} \ll 1$ என அமையும்.

V தீணிப்பு அலைவுகள் மற்றும் ஒத்ததீர்வு : (Forced Oscillations and Resonance)

காற்றின் உராய்வினால் தடையற்ற அதிர்வுகள் என்பது இருக்க முடியாது. ஒரு பொருளின் அதிர்வினை தொடர்ந்து மாறாது அதிர்வடையச் செய்ய வேண்டுமெனில் வெளிப்புறத்திலிருந்து ஆற்றல் இழக்கும் வீதத்திற்குச் சமமான ஆற்றலை வழங்க வேண்டும்.

தடையுறு அலைகள் ஆற்றலைத் தொடர்ந்து இழந்தாலும், அலைவானது சீரிசையாக தோற்றமளிக்கும். ஆற்றலை வீணாக்குவது பொதுவாக உராய்வு விசையே.

படத்தில் உள்ளது போல் ஊசலானது நீரினுள் அலைவறுமாறு நிறையற்ற நூலில் தொங்கவிடப்படும் தடையுறும் பாகியல் விசை செயல்படுகிறது.

திரவத்தில் ஏற்படும் தடையுறும் விசை F_d என இருக்கட்டும். இந்த விசையின் எண் மதிப்பானது தட்டின் திசைவேகத்தின் மதிப்பிற்கும் நிறையின் மதிப்பிற்கும் நேர்த்தகவில் இருக்கும்.

$$F_d = -bV \quad (x \text{ திசைமாறிலி})$$

b - தடை மாறிலி, இது திரவத்தின் தன்மையையும்,

தட்டையும் சார்ந்தது. சுருள்வில்லின் மீது செயல்படும் மீள் விசை $F_S = Kx$. நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி.

$$ma(t) = -kx - bv(t)$$

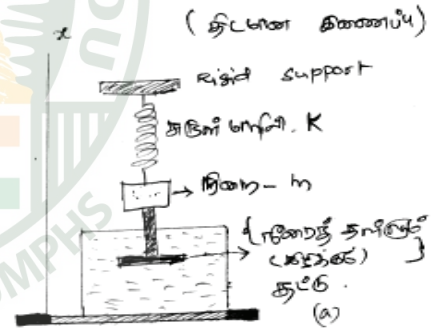
$$V(+)= \frac{dx}{dt} \quad a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{md^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad \dots\dots\dots (i)$$

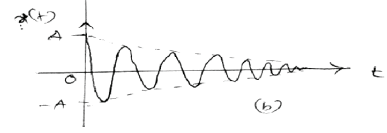
இச்சமன்பாட்டின் தீர்வானது தடையுறு விசையில் ஏற்படும் இயக்கத்தை விளக்கும்.

$$(i) \text{ - ன் தீர்வு } x (+) = x_m e^{-bt/2m} \cos(\omega t + \phi) \quad \dots\dots\dots (ii)$$

இங்கு x_m - வீச்சு ω^1 - தடையுறு



அலையியற்றியின் கோண அதிர்வெண் $w^1 = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$



Cosine சார்பானது எனும் அலைவுக்காலத்தைப் பெற்றுள்ளது. ஆனால் சார்பு $x(t)$ ஆனது சீரலைவு கிடையாது. ஏனெனில் $e^{-bt/2m}$ காரணியானது காலத்தைச் சார்ந்து தொடர்ந்து குறைந்து கொண்டே உள்ளது.

திணிப்பு அலைவில் இரு முக்கிய கோண அதிர்வெண்கள் செயல்படுகின்றன.

(1) அமைப்பின் இயல் அதிர்வெண் (w) அதாவது அமைப்பினை சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து சிறுது தூரம் இடம்பெறச் செய்து அலைவுறச் செய்யும் போது பெறும் அதிர்வெண்

(2) வெளிப்புறத்திலிருந்து கொடுக்கப்படும் விசையின் கோண அதிர்வெண் (w_d) வெளிப்புற விசை $F(t)$ ஆனது தடையுறு அலையியற்றிற்கு கொடுக்கப்படுவதாகக் கருதுவோம்.

$$F(t) = F_0 \cos w_d t$$

மீள்விசை (Restoring force), தடையுறு விசை (damping force) மற்றும் வெளிப்புறத்திலிருந்து செலுத்தப்படும் விசை (driving force) இவை அனைத்தும் சேர்ந்த இயக்கத்தை பின்வருமாறு குறிக்கலாம்.

$$m a(t) = -kx(t) - bv(t) + F_0 \cos w_d t \text{ --- (i)}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos w_d t \text{ --- (ii)}$$

தடையுறு விசைகளினால் இயல்பு அலைவுகள் (Free oscillation) - ஆனது விரைவில் அலைவுகளை இழந்து விடும். திணிப்பு அலையியற்றினால் w_d என்ற கோண அதிர்வெண்ணில் அலைவுறும் பொருளின் இடப்பெயர்ச்சியானது.

$x(t) = x_m \cos(w_d t + \phi)$ சமன்பாட்டின் மூலம் குறிக்கப்படுகிறது.

$$x_m = \frac{F_0}{m \left\{ (w^2 - w_d^2)^2 + w_d^2 b^2 \right\}^{1/2}} \text{ --- (iii)}$$

w மற்றும் w_d - சேர்ந்து குறிக்கப்படுகிறது.

(ii) ன் சீர்வு $x(t) = A^1 (\cos w_d t + d)$ இங்கு A^1 என்பது வெளிப்புற இயக்க அதிர்வெண் w_d மற்றும் இயல் அதிர்வெண் w - ஆகிய இரண்டின் சார்பு. t

$$A^1 = \frac{F_0}{\left((m^2 w^2 - w_d^2)^2 + w_d^2 b^2 \right)^{1/2}} \text{ மற்றும் கட்ட கோணம் } \phi = \tan^{-1} \left(\frac{-\gamma_0}{w_d x_0} \right)$$

v **அதிர்வெண்களைப் பொறுத்து இரு நேர்வுகள்**

நேர்வு (i)

சிறிய தடைகளுக்கு (small damping) வெளிப்புற செலுத்தும் அதிர்வெண் (w_d) \ll இயல் அதிர்வெண் (w)

$$\therefore \text{ வீச்சு } A^1 = \frac{F_0}{m(w^2 - w_d^2)}$$

நேர்வு (ii)

வெளிப்புற செலுத்தும் அதிர்வெண்ணானது இயல் அதிர்வெண்ணுக்கு அருகில் உள்ள போது வீச்சு

$$\text{வீச்சு } A^1 = \frac{F_0}{w_d b}$$

ஒத்ததிர்வு:

வெளிப்புறத்திலிருந்து செலுத்தும் அதிர்வெண்ணானது அலைவுறும் அமைப்பின் இயல் அதிர்வெண்ணிற்கு சமமாகும் போது.

பயிற்சி வினாக்கள்

1. (2014) ஒரு மனிதனின் சராசரி இதயத்துடிப்பானது நிமிடத்திற்கு 72 முறை துடிக்கிறது எனில், அதன் அதிர்வெண் மற்றும் அலைவுக்காலம் முறையே
 அ) 1.2 Hz, 0.83S ஆ) 2.5 Hz, 1.2S இ) $2H^2$, 1.2S ஈ) 2.5 Hz, 0.83S
2. (2012) மாறா வேகத்தில் வட்டப்பாதையில் இயங்கும் துகளின் இயக்கம்
 அ) சீரிசை ஆனால் தனிச்சீரிசை இயக்கமல்ல ஆ) தனிச்சீரிசை இயக்கம் ஆனால் சீரிசை இயக்கமல்ல
 இ) சீரிசை மற்றும் தனிச்சீரிசை இயக்கம் ஈ) சீரிசை இயக்கமும் தனிச்சீரிசை இயக்கமும் இல்லை
3. (2011) சம அதிர்வெண் மற்றும் சம வீச்சுடனும் இரு துகள்கள் நெருக்கமாக இணையாக நேர்க்கோட்டில் ஒன்றின் பக்கத்தில் ஒன்றாக அலைவறுகின்றன. அவை இரண்டும் அவற்றின் வீச்சின் பாதி தொலைவில் ஒன்றையொன்று கடக்கின்றன. இரு துகள்களின் கட்ட வேறுபாடு என்ன?
 அ) $\frac{\pi}{6}$ ஆ) 0 இ) $\frac{2\pi}{3}$ ஈ) π
4. (2016) தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளொன்றின் முடுக்கமானது சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து 4cm தொலைவில் இருக்கும் போது 16cms^{-2} ஆக உள்ளது. அதன் அலைவுக்காலம்
 அ) 1s ஆ) 2.572s இ) 3.142s ஈ) 6.028s
5. U - வடிவக் குழாயில் அலைவறும் திரவத்தின் இயக்கம்
 அ) சீரிசை ஆனால் தனிச்சீரிசை இயக்கமல்ல ஆ) சீரிசையற்ற இயக்கம்
 இ) தனிச்சீரிசை இயக்கம் மற்றும் அலைவுக்காலமானது திரவத்தின் திரவத்தின் அடர்த்தியைச் சார்ந்ததல்ல.
 ஈ) தனிச்சீரிசை மேலும் அலைவுக்காலமானது திரவத்தின் அடர்த்தியைச் சார்ந்தது.
6. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பைச் சார்ந்தது பின்வருவனற்றில் எது சரியான கூற்று
 அ) சமநிலைப்புள்ளியில் முழுக்கமானது (a) பெருமம் ஆ) முழுக்கமானது பெரும இடப்பெயர்ச்சியில் பெருமம்
 இ) முழுக்கமானது மாறிலி ஈ) முழுக்கமானது எப்பொழுதும் சுழி
7. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் எது மாறாதது
 அ) இயக்க ஆற்றல் ஆ) நிலை ஆற்றல் இ) மீள் விசை ஈ) இடப்பெயர்ச்சி உ) அதிர்வெண்
8. இரண்டு தனிச்சீரிசை இயக்கங்கள் $y_1 = 10 (\sin 2\pi t + \cos 2\pi t)$ மற்றும் $y_2 = 5 \sin (2\pi t + \phi)$ எனில் - அவற்றின் வீச்சுகளின் தகவு
 அ) 1 : 1 ஆ) 4 : 1 இ) 1 : 3 ஈ) $\sqrt{3} : 1$
9. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் ஒரு துகளின் அலைவுக்காலம் (T) 16S துகளானது நிலையானப் புள்ளியிலிருந்து (Mean Position) இயங்க ஆரம்பிக்கிறது. இரண்டு வினாடிகளுக்குப் பிறகு அதன் திசைவேகம் 0.2ms^{-1} எனில் அதன் வீச்சு என்ன
 a) 1.44m b) 0.72m c) 2.88m d) 0.36m
10. ஒரு பொருளானது $x = 5 \cos (2/\pi + \pi/4)$ எனும் சமன்பாட்டின் படி தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. எனில் காலம் $t = 1$ எனும் பொழுது அதன் இடப்பெயர்ச்சி
 அ) $\frac{\sqrt{2} m}{5}$ ஆ) $\frac{1}{\sqrt{3}} m$ இ) $\frac{1}{\sqrt{2}} m$ ஈ) $\frac{1}{2} m$ உ) $\frac{5}{\sqrt{2}} m$
11. இரண்டு தனிச்சீரிசை இயக்கங்களின் சமன்பாடு $x^1 = a \sin \omega t + a \cos \omega t$ $x^2 = a \sin \omega t + \frac{a}{\sqrt{2}} \cos \omega t$ எனில் அவற்றிற்கிடப்பட்ட வீச்சுகளின் தகவு, மற்றும் வெற்றிற்கிடப்பட்ட கட்ட வேறுபாடு என்ன?
 அ) $\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{\pi}{12}$ ஆ) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{12}$ இ) $\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{12}$ ஈ) $\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{\pi}{6}$

12. சமநிலைப்புள்ளி அல்லாது நிலையானப் புள்ளியில் இருந்து இயங்கும் துகளின் நிலை $y = ax - bt$ இதன் நிலை
அ) இது எப்பொழுதும் தனிச்சீரிசை இயக்கம் ஆ) இது ஒருபோது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளாது

இ) $t \rightarrow \frac{bx}{a}$ எனும் போது மட்டுமே தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும்

ஈ) $t \leq \frac{bx}{a}$ எனும் போது மட்டுமே தனிச்சீரிசை இயக்கம்

13. x திசையில் இயங்கும் துகளின் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் சமன்பாடு $x = A \cos (wt + \phi)$. காலம் $t = 0$ எனும் போது துகள் $x = 0$ எனும் நிலையில் உள்ளது. மேலும் எதிர் x அச்சின் (-x) திசையில் இயங்குகிறது எனில் துகளின் கட்டக் கோணம் ϕ

அ) $\frac{\pi}{2}$ ஆ) π இ) π ஈ) 0

14. இரண்டு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் சமன்பாடுகள் $y_1 = 5 \sin (100t)$ மற்றும் $y_2 = 4 \cos (100t + \pi/4)$, எனில் அவற்றிற்கிடையேயான கட்ட வேறுபாடு

அ) $\frac{\pi}{4}$ ஆ) $\frac{\pi}{2}$ இ) π ஈ) $\frac{3\pi}{4}$ உ) $\frac{\pi}{3}$

15. துகளொன்று 0.2m வீச்சுடன் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. அதன் அலைவீச்சுக்காலம் 225, எனில், நிலையானப் புள்ளியிலிருந்து 0.1m தொலைவிற்கு நகர எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் என்ன?

அ) 2s ஆ) 3s இ) 8s ஈ) 12s

16. $x = 5 \sin (3\pi t + \sqrt{3} \cos 3\pi t)$ எனும் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வீச்சு என்ன?

அ) 10 ஆ) 20 இ) 1 ஈ) 5

17. $x_1 = A \sin (wt + \pi/6)$; $x_2 = A \cos wt$ ஆகிய இரு தனிச்சீரிசை இயக்கப்படுக்கிடையேயான கட்ட வேறுபாடு என்ன?

அ) $\frac{\pi}{6}$ ஆ) $\frac{\pi}{3}$ இ) $\frac{\pi}{2}$ ஈ) $\frac{2\pi}{3}$

18. பின்வருவனவற்றும் எவையெவை தனிச்சீரிசை இயக்கத்தைக் குறிக்கின்றன

அ) $y = \sin wt - \cos wt$ ஆ) $y = \sin^2 wt$ இ) $y = 5 \cos (\frac{3\pi}{4} - 3wt)$ ஈ) $y = 1 + wt + w^2 t^2$

1) அ மட்டும் ஆ) ஈ மட்டும் தனிச்சீரிசை இயக்கமல்ல இ) ஆ மற்றும் இ மட்டும் ஈ) அ மற்றும் ஆ மட்டும்

19. பின்வருவனவற்றில் எது தனிச்சீரிசை இயக்கமல்ல?

அ) $\cos wt + \sin wt$ ஆ) $\sin wt - \cos wt$ இ) $1 - \sin 2wt$ ஈ) $\sin wt + \cos (wt + \alpha)$

20. $x(t) = A \cos (wt + \phi)$ என்பது தனிச்சீரிசை இயக்கமெனில் ϕ என்பது

அ) கட்ட மாறிலி ஆ) அதிர்வெண் இ) வீச்சு ஈ) இடப்பெயர்ச்சி

21. தனிச்சீரிசை இயக்கம் அல்லாதது எது?

அ) சுருள்வில்லின் சொங்குத்து இயக்கம் ஆ) தனிஊசலின் இயக்கம்

இ) க்யூயனைச் சுற்றும் கோளின் இயக்கம் ஈ) U வடிவக் குழாயில் உள்ள திரவத்தம் படத்தின் இயக்கம்

உ) திரவத்தில் மிதக்கும் கட்டையின் சொங்குத்து அசைவு

22. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் அலைவீச்சுக்காலம் 6s எனில், நிலையினால் புள்ளியிலிருந்து வீச்சில் பாதி தொலைவைக் கடக்க எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் என்ன?

அ) $\frac{3}{2}s$ ஆ) $\frac{1}{2}s$ இ) $\frac{3}{4}s$ ஈ) $\frac{1}{4}s$

23. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் பொருளின் அலைவீச்சுக்காலம் T எனில், நிலையானப் புள்ளியிலிருந்து வீச்சில் பாதி தொலைவை கடக்க ஆகும் காலம் என்ன

அ) $\frac{T}{2}$ ஆ) $\frac{T}{4}$ இ) $\frac{T}{6}$ ஈ) $\frac{T}{12}$

50. $5 \times 10^3 \text{N}^{-1}$ உடைய சுருள்வில்லானது தொடக்க நிலையிலிருந்து 5செ.மீ நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளது. அதனை மேலும் 5செ.மீ நீட்சிக்குத் தேவையான வேலையின் அளவு
 அ) 6.52 Nm ஆ) 1250 Nm இ) 18.75Nm ஈ) 25.00Nm
51. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் அதிர்வெண் ν எனில் அதன் இயக்க ஆற்றல்
 அ) அதிர்வெண் γ யுடன் சீராக மாறுகிறது ஆ) அதிர்வெண் 2γ யுடன் சீராக மாறுகிறது
 இ) அதிர்வெண் வின் சீராக மாறுகிறது ஈ) மாறிலி
52. சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து வீச்சின் பாதிதொலைவில் மொத்த ஆற்றலின் எத்தனை பங்கு இயக்க ஆற்றலாகும்
 அ) $\frac{1}{2}$ ஆ) $\frac{1}{4}$ இ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ஈ) $\frac{3}{4}$
53. ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வீச்சு A எனில், சமநிலைப்புள்ளியில் இருந்து துகள் தொலைவில் உள்ள போது இயக்க ஆற்றல் (KE) க்கும் நிலை ஆற்றல் (P.E) க்கும் உள்ள தொடர்பு
 அ) $KE = \frac{P.E}{2}$ ஆ) $KE = \sqrt{2} P.E$ இ) $KE = PE$ ஈ) $KE = \frac{P.E}{\sqrt{2}}$
54. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் இயக்க ஆற்றல் இழக்கப்படும் வீதம் எதற்கு நேர்த்தகவு
 அ) e^x ஆ) x^3 இ) $10gx$ ஈ) x^2
55. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் வீச்சு A. சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து எந்தத் தொலைவில் நிலையாற்றலில் பாதியாக இருக்கும்
 அ) $\frac{A}{4}$ ஆ) $\frac{A}{2}$ இ) $\frac{A}{\sqrt{2}}$ ஈ) $\frac{A}{\sqrt{3}}$
56. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் அதிர்வெண் f_x எனில் அதன் இயக்க ஆற்றல்
 அ) f ஆ) $\frac{f}{2}$ இ) $2f$ ஈ) $4f$
57. SHM - நிறையுள்ள பொருள் ஒன்று சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்டு அலைவுகிறது. அதன் திசைவேகம் $V = 1.60 \sin(6.28t) \text{ms}^{-1}$ எனும் போது அமைப்பின் நிலையாற்றல் (சிறும நிலையாற்றலை சுழி என எடுத்துக்கொள்க)
 அ) 0.778J ஆ) 0.384J இ) 0.192J ஈ) சுழி
58. தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் துகளின் இயக்க ஆற்றல் $K_0 \cos^2 \omega t$. இதன் பெரும் நிலையாற்றல் மற்றும் மொத்த ஆற்றல் முறையே
 அ) $K_0/2$ மற்றும் K_0 ஆ) K_0 மற்றும் $2K_0$ இ) K_0 மற்றும் K_0 ஈ) 0 மற்றும் $2K_0$
59. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் 3g நிறையுள்ள பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி $y = 3 \sin(0.2t)$. சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து (A/3) வீச்சில் 1/3 பங்கு தொலைவில் உள்ளபோது அதன் இயக்க ஆற்றல்
 அ) $12 \times 10^{-3} \text{J}$ ஆ) $25 \times 10^{-3} \text{J}$ இ) $0.48 \times 10^{-3} \text{J}$ ஈ) $0.24 \times 10^{-3} \text{J}$
60. A வீச்சுடைய தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் மொத்த ஆற்றலானது எதற்கு நேர்த்தகவில் உள்ளது
 அ) A^2 ஆ) A இ) $\frac{1}{A^2}$ ஈ) $1/A$
61. புவியைச் சுற்றி வரும் செயற்கைக் கோளின் உள்ள தனிஊசலின் அலைவுக்காலம்
 அ) $\frac{1}{\pi}$ ஆ) சுழி இ) π ஈ) முடிவிலி
62. புறக்கணிக்கத்தக்க நிறையுள்ள சுருள்வில்லின் முனையில் M நிறையுள்ள பொருள் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. சுருள்வில்லானது T என்ற அலைவுக்காலத்துடன் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. நிறையான m அளவு $\frac{5}{4}T$ என்றாகிறது எனில் $\frac{m}{M}$ ன் மதிப்பு என்ன?
 அ) $\frac{9}{16}$ ஆ) $\frac{5}{4}$ இ) $\frac{25}{16}$ ஈ) $\frac{4}{5}$

63. கீடைமட்டச் சுருள்வில்லுடன் m_1 என்ற நிறையுடைய பொருள் ஒன்று இணைக்கப்பட்டு A என்ற வீச்சுடன் தனிச்சரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. நிறை m_1 அல்லது நடுநிலைப்புள்ளியை கடக்கும் போது அதனுடன் m_2 எனும் நிறை இணைக்கப்படுகிறது. இவை இரண்டும் சேர்த்து A1 என்னும் வீச்சுடன் அலைவறுகிறது எனில்

வீச்சுகளின் தகவு $\frac{A_1}{A}(m_2 < m_1)$

அ) $\left[\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right]^{1/2}$ ஆ) $\left[\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right]^{1/2}$ இ) $\left[\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right]^{1/2}$ ஈ) $\left[\frac{m_1 + m_2}{m_2}\right]^{1/2}$

64. l - நீளமுள்ள m - நிறையுள்ள தன் ஊசலின் கோண இடப்பெயர்ச்சி θ . அதன் இயக்க ஆற்றல்
 அ) $mg l (1 + \cos\theta)$ ஆ) $mg l (1 + \cos^2\theta)$ இ) $mg l (1 - \cos\theta)$ ஈ) $mg l (1 - \cos^2\theta)$
65. M நிறையுள்ள பொருளானது மென் சுருள்வில்லுடன் தொங்கவிடப்படுகிறது மேலும் கூடுதலாக m - நிறையான இணைக்கப்படும் போது சுருள்வில்லானது X - தொலைவு மேலும் இடப்பெயருகிறது (நீட்சிக்கிறது) எனில், இரு நிறைகளும் சேர்ந்து அலைவறும்போது அலைவுக்காலம்

அ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{mg}{X(M+m)}}$ ஆ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(M+m)X}{mg}}$ இ) $T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{mg}{X(M+m)}}$ ஈ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(M+m)}{Mg}}$

66. இரண்டு தனி ஊசல்கள் 45° மாறாத கட்ட வேறுபாடுடனும், ஒரே வீச்சுடனும் அலைவறுகிறது. ஒரு ஊசலின் பெருமத் திசைவேகம் V உடனும் மற்றொன்று V + X - உடன் (பெரும திசைவேகம்) இயங்குகின்றன எனில் X -ன் மதிப்பு

என்ன? அ) 0 ஆ) $\frac{1}{2}$ இ) $\frac{V}{\sqrt{2}}$ ஈ) $(\sqrt{2})V$

67. பூமியில் அலைவுக்காலம் 2S உள்ள ஒரு தனிஊசலானது, புவியின் நிறை மற்றும் விட்டத்தைப் போல் இரண்டு மடங்கு நிறை மற்றும் விட்டம் கொண்ட கோளின் வைத்தால், அக்கோளில் அலைவுக்காலமானது

அ) $\frac{1}{2}$ ஆ) $2\sqrt{2}$ இ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ஈ) 2 உ) $\sqrt{2}$

68. 200g நிறையும் 50cm^2 குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பும் 4cm உயரமும் கொண்ட குடுவை (bottle) ஒன்று நீரின் மேற்பரப்பில் செங்குத்தாக அலைவறுகிறது எனில் அதன் அதிர்வெண்

அ) 1.5Hz ஆ) 2.5 Hz இ) 3.5Hz ஈ) 4.5 Hz

69. 9.8m நீளம் கொண்ட தனிஊசலின் அளவுக்காலம்

அ) 0.159s ஆ) 3.14s இ) 5.6s ஈ) 6.28s

70. சுருள் மாறிலி K உடைய கம்பிச் சுருள்வில் இரு துண்டுண்டுகளாக வெட்டப்பட்டுள்ளது. ஒன்றின் நீளம் மற்றொன்றின் நீளத்தைப்போல் இரு மடங்கு எனில், அதிக நீளமுள்ள துண்டில் விசைமாறிலி என்ன?

அ) $\frac{2}{3}K$ ஆ) $\frac{3}{2}K$ இ) 3K ஈ) 6K

71. மாறாத திசைவேகத்தில் இயங்கும் தொடர்வண்டியில் தொடங்கப்பட்ட தனி ஊசலின் அலைவுக்காலமானது

அ) அதிகரிக்கும் ஆ) குறைகிறது இ) மாறாது ஈ) இவற்றில் எதுவுமில்லை

72. ஒரு பொருளான ஒத்ததிர்வில் உள்ளபோது எந்த இயற்பியல் அளவு உயறுகிறது

அ) அதிர்வெண் ஆ) அலைநீளம் இ) வீச்சு ஈ) இவை அனைத்தும்

73. தனிஊசலின் அலைவுக்காலத்திற்கும் அதன் நீளத்திற்கும் எதிரே வரையப்படும் வரைபடமானது

அ) வட்டம் ஆ) நேர்கோடு இ) நீள்வட்டம் ஈ) பரவளையம்

74. 1m நீளமுள்ள தனிஊசலானது $\theta = 60^\circ$ மட்டும் கோணத்தில் நகர (அலைவறு) விடப்படுகிறது எனில் $\theta = 30^\circ$ எனும்போது அதன் திசைவேகம் மாறும் வீதம் என்ன?

அ) 10ms^{-2} ஆ) 7.5ms^{-2} இ) 5ms^{-2} ஈ) $5\sqrt{3}\text{ms}^{-2}$ உ) 2.5ms^{-2}

75. சுருள் மாறிலி K உடைய சுருள்வில்லானது இரு சமபகுதிகளாக வெட்டப்படுகிறது எனில் ஒவ்வொன்றின் விசை மாறிலி

அ) $\frac{K}{\sqrt{2}}$ ஆ) K இ) $K/2$ ஈ) 2K