QB365 Question Bank Software Study Material

சமவாய்ப்பு மாறி மற்றும் கணக்கியல் எதிர்பார்த்தல் முக்கியமான 2,3 & 5 மதிப்பெண் வினாக்கள் விடைகளுடன்

12ம் வகுப்பு

வணிகக் கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல்

மொத்த மதிப்பெண் : 75

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 2 = 20

1) ஒரு வானொலிக் குழாயின் ஆயுட்காலமானது (மணி நேரங்களில்) பின்வரும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பை கொண்டிருக்கிறது

$$f(x)=\begin{cases}\frac{100}{x^2}, & x\geq 100\\ 0, & x<100\end{cases}$$

எனில், அதன் பரவல் சார்பை காண்க.

பதில் : $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

= $\int_{100}^{x}\frac{100}{t^2}dt, x\geq 100$

= $\left[\frac{100}{-t}\right]_{100}^{x}, x\geq 100$

$F(x)=\left[1-\frac{100}{x}\right] x\geq 100$

2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்தகவுப் பரவலுக்கான திரள் பரவல் சார்பை அமைக்க

X	0	1	2	3
P(X=x)	0.3	0.2	0.4	0.1

பதில் : X -இன் திரள் பரவல் சார்பு

$\mathbf{X=x}$	$\mathbf{p(x)}$	$\mathbf{F_x(x)=P(X\leq x)}$
0	0.3	0.3
1	0.2	$0.3+0.2=0.5$
2	0.4	$0.5+0.4=0.9$
3	0.1	$0.9+0.1=1$

3) சமவாய்ப்பு மாறி வரையறுக்கவும்

பதில் : ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X என்பது S என்ற கூறுவெளியின் மீது வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு மெய் மதிப்பீட்டுச் “சார்பு என வரையறுக்கப்படுகிறது. மேலும் இது $(-\infty, \infty)$ இல் மதிப்புகளைப் பெற்றிருக்கும் அல்லது இது ஒரு சமவாய்ப்பு சோதனையின் சாத்தியமுள்ள மதிப்புகளின் எண் வெளிப்பாடுகள் எனவும் கூறலாம்.

4) ஒருவர், ஒரு முதலீட்டில் ரூ. 5,000 இலாபம் ஈட்டுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.62 அல்லது ரூ.8,000 இழப்பு வருவதற்கான நிகழ்தகவு 0.38 எனில், இதில் எதிர்பார்க்கப்பட்ட ஆதாயத்தைக் கண்டறியவும்.

பதில் : சமவாய்ப்பு மாறி X - என்பது தொகை என்க.

$\boldsymbol{x}$	5000	-8000
$\mathbf{P(x)}$	0.62	0.38

$E(X)=\sum_x xP_x(x)$

=5000(0.62)-8000(0.38)

=3100-3040=60

எதிர்பார்க்கும் இலாபம் = ரூ.60

5) கணக்கியல் எதிர்பார்த்தலில் மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்து கொண்டீர்கள்?

பதில் : ஒரு சமவாய்ப்பு நிகழ்வின் சராசரி மதிப்பானது அதன் கணக்கியல் எதிர்பார்த்தல் அல்லது எதிர்பார்க்கும் மதிப்பாக குறிப்பிடப்படுகிறது.
E (X) என்பது சமவாய்ப்பு மாறி பெறும் மதிப்புகளின் சராசரி ஆகும், ஒவ்வொரு சமவாய்ப்பு மாறி மதிப்பும், அம்மதிப்பின் நிகழ்தகவு மூலம் நிறையிடப்படுகிறது. சாத்தியமான நிகழ்தகவு மதிப்புகள் அதிக நிறையைப் பெறும்.

6) கணக்கியல் எதிர்பார்த்தலில் அடிப்படையில் மாறுபாட்டு அளவையை நீங்கள் எவ்வாறு வரையறுக்க வேண்டும்?

பதில் : $[X - E(X)]^2$ இன் எதிர்பார்க்கும் மதிப்பானது சமவாய்ப்பு மாறியின் மாறுபாட்டு அளவை என்று அழைக்கப்படுகிறது.
$\operatorname{Var}(X)=E[X-E(X)]^2=E\left(X^2\right)-[E(X)]^2$
இங்கு $E(X)^2$

$$= \begin{cases} \sum_x x^2 p(x), & X \text{ ஒரு தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி எனில்} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx, & X \text{ ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி எனில்} \end{cases}$$

7) நிரூபிக்கவும்: $V(aX)=a^2V(X)$

பதில் : $\mathrm{LHS}=\mathrm{V}(\mathrm{aX})=\mathrm{E}[\mathrm{aX}-\mathrm{E}(\mathrm{aX})]^2$
$=\mathrm{E}[\mathrm{aX}-\mathrm{aE}(\mathrm{X})]^2$
$=\mathrm{E}[\mathrm{a}(\mathrm{X}-\mathrm{E}(\mathrm{X}))]^2$
$=\mathrm{a}^2 \mathrm{E}(\mathrm{X}-\mathrm{E}(\mathrm{X}))^2$
$=\mathrm{a}^2 \operatorname{Var}(\mathrm{X})=\mathrm{RHS}$ எனவே நிறுவப்பட்டது

8) ஆறு ஆண்கள் மற்றும் ஐந்து பெண்கள், ஒரு சிறிய நிறுவனத்தில் ஒரு நிர்வாக நிலைக்கு விண்ணப்பிக்கின்றனர். இரண்டு விண்ணப்பதாரர்கள் நேர்காணலுக்குத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டனர். நேர்க்காணல் குழுவில் உள்ள பெண்களின் எண்ணிக்கை X எனக் குறிக்கப்பட்டு. X இன் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு பின்வருமாறு கண்டறியப்பட்டுள்ளது.

X = x	0	1	2
P(x)	$\frac{2}{11}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{4}{11}$

நேர்காணல் குழுவில் எத்தனை பெண்களை நீங்கள் எதிர்பார்க்கிறீர்கள்?

பதில் : நேர்காணல் குழுவில் உள்ள பெண்களின் எதிர்பார்ப்பு எண்ணிக்கை
$E(X)=\sum_x x P_x(x)$
= $\left[\left(0 \times \frac{2}{11}\right)+\left(1 \times \frac{5}{11}\right)+\left(2 \times \frac{4}{11}\right)\right]$
= $\frac{13}{11}$ (தோராயமாக ஒரு பெண்)

9) பின்வரும் தகவல் வெற்றிகளின் நிகழ்தகவு பரவலைக் குறிக்கிறது எனில், வெற்றியின் எதிர்பார்த்தல் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை X=x	0	1	2
நிகழ்தகவு p(x)	$\frac{6}{11}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{1}{22}$

பதில் : வெற்றியின் எதிர்பார்த்தல் எண்ணிக்கை :
$E(X)=\sum_x x P_x(x)$
= $\left(0 \times \frac{6}{11}\right)+\left(1 \times \frac{9}{22}\right)+\left(2 \times \frac{1}{22}\right)$
= $\frac{11}{2}$ = 0.5
எனவே, வெற்றியின் எதிர்பார்த்தல் எண்ணிக்கை 0.5 ஆகும். (தோராயமாக ஒரு வெற்றி)

10) ஒரு நடுநிலையான பகடை உருட்டப்படுகிறது எனில், அதன் விளைவுகளில் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

பதில் : உருட்டப்பட்ட ஒரு நடுநிலையான ஆறு முகங்கள் உள்ள பகடையின் (மேல்பக்கம்) சமவாய்ப்பு மாறி X இன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

$P_X(x) = \frac{1}{6}$, x = 1,2,3,4,5 மற்றும் 6 எனில்

உருட்டப்பட்டதின் சராசரி, அதாவது X -இன் எதிர்பார்த்தல்:

$E(X) = \sum_x x P_X(x)$

$E(X) = \left(1 \times \frac{1}{6}\right) + \left(2 \times \frac{1}{6}\right) + \left(3 \times \frac{1}{6}\right) + \left(4 \times \frac{1}{6}\right) + \left(5 \times \frac{1}{6}\right) + \left(6 \times \frac{1}{6}\right)$

$= \frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6)$

$= \frac{7}{2}$

=3.5

எனவே ஒரு நடுநிலையான ஆறு பக்கமுள்ள பகடையின் எதிர்பார்த்தல் 3.5 ஆகும்.

3 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 3 = 30

11) $p(x) = \begin{cases} \frac{x}{20}, & x = 0,1,2,3,4,5 \\ 0 & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$ எனில், (i) P(X< 3) மற்றும் (ii) P(2< X≤4) ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிக்கவும்

பதில் : (i) P(X< 3) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)

$= 0 + \frac{1}{20} + \frac{2}{20}$

$= \frac{3}{20}$

(ii) P(2< X≤4) = P(X=3)+P(X=4)

$= \frac{3}{20} + \frac{4}{20}$

$= \frac{7}{20}$

12) ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு f(x) பின்வருமாறு உள்ளது. f(x)=ax ,0≤x ≤1 எனில் மாறிலி a வைக் கண்பிடிக்கவும். மேலும் $P\left[X \le \frac{1}{2}\right]$ இன் மதிப்பையும் காண்க .

பதில் : $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ என்பதை நாம் அறிவோம்.

$\int_0^1 axdx = 1 \Rightarrow a\int_0^1 xdx = 1$

$\Rightarrow a\left(\frac{x^2}{2}\right)_0^1 = 1$

$\Rightarrow \frac{a}{2}(1-0) = 1$

$\Rightarrow a = 2$

$P\left[x \le \frac{1}{2}\right] = \int_{-\infty}^{\frac{1}{2}} f(x)dx$

$= \int_0^{\frac{1}{2}} axdx$

$= \int_0^{\frac{1}{2}} 2xdx$

$= \frac{1}{4}$

13) X என்ற தனித்த சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு ஆனது

$p(x) = \begin{cases} 0.3 & , x = 3 \\ 0.2 & , x = 5 \\ 0.3 & , x = 8 \\ 0.2 & , x = 10 \\ 0 & , \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$

எனில், X -இன் திரள் பரவல் சார்பைக் கண்டுபிடிக்கவும். மேலும் வரைபட ம் வரையவும்

பதில் : கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு பரவல் p(x) இன் மதிப்புகளிலிருந்து நாம் பெறுவது

$\mathrm{F}(3)=P(X \leq 3)=\mathrm{p}(3)=0.3$

$\mathrm{F}(5)=P(X \leq 5)=\mathrm{p}(3)+\mathrm{p}(5)$

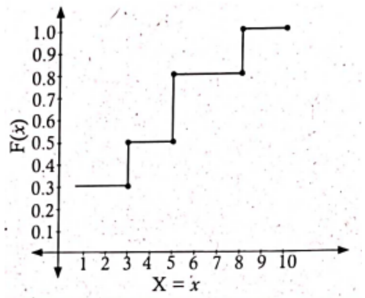
$=0.3+0.2=0.5$

$\mathrm{F}(8)=P(X \leq 8)=\mathrm{p}(3)+\mathrm{p}(5)+\mathrm{p}(8)$

$=\mathrm{F}(5)+\mathrm{p}(8)=0.5+0.3=0.8=0.8+0.2=1$

$\mathrm{F}(10)=\mathrm{P}(X \leq 10)=\mathrm{F}(8)+\mathrm{p}(10)$

$$\mathrm{F}_x(x)=\begin{cases} 0, x<3 \\ 0.3, 3 \leq x<5 \\ 0.5, 5 \leq x<8 \\ 0.8, 8 \leq x<10 \\ 1, x \geq 10 \end{cases}$$



14) தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி X ஆனது பின்வரும் நிகழ்தகவு சார்பை பெற்றுள்ளது

$$P(X=x)=\begin{cases} kx & , \quad x=2,4,6 \\ k(x-2) & , \quad x=8 \\ 0 & , \quad \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

இங்கு ஒரு k மாறிலி எனில், $k=\frac{1}{18}$ என நிறுவுக.

பதில் : இது நிகழ்தகவு நிறை சார்பு என்பதால்

$\sum_{i=1}^{\infty} p\left(x_i\right)=1$

$p(2)+p(4)+p(6)+p(8)=1$

$2k+4k+6k+k(8-2)=1$

$2k+4k+6k+6k=1$

$18k=1$

$k=\frac{1}{18}$ எனவே நிறுவப்பட்டது.

15) சமவாய்ப்பு மாறியின் பரவல் சார்பை விளக்கவும்

பதில் : $x_1, x_2, \ldots x_n$ என்ற எண்ணத்தக்க மெய் மதிப்புகளை உடைய தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவுகள் $p(x_1)$, $p(x_2)$, $p(x_3)$ ... $P(x_n)$..., எனில், இதன் தனித்த திரள் பரவல் சார்பு அல்லது பரவல் சார்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

அனைத்து $x \in \mathrm{R}$ -க்கு, $F_x(x)=\mathrm{P}(\mathrm{X} \leq x)$,

அதாவது, $F_x(x)=\sum_{x<x_i} p\left(x_i\right)$ தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f_x(x)$எனில், சார்பு $F_x(x)$ பின்வருமாறு வரைபறுக்கப்படுகிறது,

$F_X(x)=\mathrm{P}[\mathrm{X} \leq x]=\int_{-\infty}^x f(t) dt, -\infty<x<\infty$

இது தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X - இன் பரவல் சார்பு அல்லது (சில நேரங்கள்) திரள் பரவல் சார்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது,

16) ஒரு வியாபார முயற்சியில் ஒருவர் ரூ.2,000 இலாபம் ஈட்டுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.4 அல்லது ரூ.1,000 இழப்பை பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.6 எனில், அவரது எதிர்பார்த்தல், மாறுபாடு மற்றும் திட்டவிலக்கம் இலபாம் என்ன?

பதில் : X என்பது தொகையை குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி என்க.

$\mathrm{X}=x$	2000	-1000
$\mathrm{p}(x)$	0.4	0.6

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=\sum_x x P_X(x)=2000(0.4)-1000(0.6)$

=800-600=200

எதிர்பார்க்கும் இலாபம் = 200

$\mathrm{E}\left(\mathrm{X}^2\right)=\sum x^2 P_x(x)$

$=4000000(0.4)+1000000(0.6)$

$=1600000+600000=22,00,000$

$=\mathrm{E}\left(\mathrm{X}^2\right)-[\mathrm{E}(\mathrm{X})]^2$

=22,00,000-40,000=21,60,000

மாறுபாடு = 21,60,000

திட்ட விலக்கம்: $\sqrt{21,60,000}=$ரூ .1,469.69

17) தயாரிக்கப்பட்ட DVD இயக்கியில் பயன்படுத்தப்படும் மின்னணு உபகரணங்களின் முக்கிய பகுதியின் செயலிழப்பிற்கான நேரம் (ஆயிரத்தில்) அடர்த்தி சார்பாக கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$f(x)=\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0\\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்}\end{cases}$$

இந்த உபகரண பகுதியின் எதிர்பார்க்கத்தக்க செயல் வாழ்வை கண்டுபிடிக்கவும்.

பதில் : $E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$ என்பது நமக்குத் தெரியும்

= $\int_0^{\infty} x3e^{-3x}dx$

= $3\int_0^{\infty} xe^{-3x}dx$

= $3\left\{\left[x\frac{e^{-3x}}{-3}\right]-\int_0^{\infty}\left(\frac{e^{-3x}}{-3}\right)dx\right\}(\therefore udv=uv-\int vdu)$

= $\int_0^{\infty} e^{-3x}dx$

= $\frac{1}{3}$

எனவே, உபகரணபகுதியின் எதிர்பார்க்கத்தக்க செயல் வாழ்வு $\frac{1}{3}$ மணி நேரம் (ஆயிரத்தில் ஆகும்).

18) ஒரு பயணிகள் இரயில் ஒவ்வொரு 25 நிமிடங்களுக்கும், ஒரு இரயில் நிலையத்திற்கு வந்து செல்கிறது. ஒரு பயணி ஒவ்வொரு காலையும் அவரது வீட்டை விட்டு வெளியேறி சாதாரணமாக நடந்து இரயில் நிலையத்திற்கு செல்கிறார். அவர் இரயில் நிலையத்தை அடைந்த நேரத்திலிருந்து இரயிலுக்குக் காத்திருக்கும் நேரஅளவு (நிமிடங்களில்) X எனக் குறிக்கப்பட்டு அது X-இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பாக அறியப்படுகிறது.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{25}, & 0<x<25\\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்}\end{cases}$$

சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் எதிர்பார்க்கத்தக்க மதிப்பை பெறவும் மற்றும் விளக்கவும்.

பதில் : சமவாய்ப்பு மாறியின் எதிர்பார்க்கத்தக்க மதிப்பு:

$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

= $\int_0^{25} x\frac{1}{25}dx$

= $\frac{1}{25}\int_0^{25} xdx$

= $\frac{1}{25}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{25}$

= 12.5

எனவே, பயணி எதிர்ப்பார்க்கத்தக்க காத்திருப்பு நேரம் 12.5 நிமிடங்கள் ஆகும்

19) ஒரு வானொலி குழலின் (Valve) வாழ்நாள் (மணி நேரங்களில்) பின்வரும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பைக் கொண்டிருப்பதாக வைத்துக்கொள்ளுங்கள்

$$f(x)=\begin{cases}e^{-\frac{x}{100}}, & x\geq 100\\ 0, & x<100\end{cases} \text{ எனில்,}$$

வானொலி குழலின் வாழ்நாளின் சராசரியை கண்டுபிடிக்கவும்.

பதில் : சமவாய்ப்பு மாறியின் எதிர்பார்த்தல்.

$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

= $\int_{100}^{\infty} xe^{\frac{x}{100}}dx$

= $\left\{\left[\left(\frac{e^{\frac{x}{100}}}{-\frac{1}{100}}\right)\right]_{100}^{\infty}-\int_{100}^{\infty}\left(\frac{e^{\frac{x}{100}}}{-\frac{1}{100}}\right)dx\right\}(\therefore \int udv=uv-\int vdu)$

= $\left[(1000)\left(e^{-1}\right)+(1000)\left(e^{-1}\right)\right]$

= $[(1000)(0.3679)+(1000)(0.3679)]$

= 7358 மணிகள்

எனவே, வானொலி குழலின் சராசரி வாழ்நாள் 7,358 மணிகள் ஆகும்.

20) ஒரு தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி X இன் நிகழ்தகவு பரவல் சார்பு

$$f(x)=\begin{cases}2k, & x=1\\ 3k, & x=3\\ 4k, & x=5\\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்}\end{cases}$$

இங்கு k ஒரு மாறிலி எனில், (a) k -ன் மதிப்பு யாது ? மற்றும் (b) P(X > 2) -ஐ காண்க

பதில் : (a) $\sum p_i = 1$

$2\mathrm{k} + 3\mathrm{k} + 4\mathrm{k} = 1$

$9\mathrm{k} = 1 \Rightarrow \mathrm{k} = \frac{1}{9}$

(b) $P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 5) = 3k + 4k = 7k = \frac{7}{9}$

5 மதிப்பெண் வினாக்கள் 5 x 5 = 25

21) ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X ஆனது பின்வரும் நிகழ்தகவுச் சார்பைப் பெற்றுள்ளது எனில்

X=x	0	1	2	3	4	5	6	7
P(x)	0	k	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

(i) k ன் மதிப்பைக் காண்க .

(ii) p(x < 6), p(x ≥ 6) மற்றும் p(0 < x < 5) ஐக் காண்க .

(iii) P(X≤ x) > $\frac{1}{2}$க்கா ன x இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

பதில் : இது நிகழ்தகவு நிறை சார்பு என்பதால்

$\sum_{i=1}^{\infty} p(x_i) = 1$

$\sum_{i=0}^{7} p(x_i) = 1$

⇒ $0+k+2k+2k+3k+k^2+2k^2+7k^2+k = 1$

⇒ $10k^2+9k = 1$

⇒$10k^2+9k-1 = 0$

$(k+1)(10k-1) = 0$ ⇒$k = -1$

⇒ $k = \frac{1}{10}$

$[\because p(x_i) \geq 0]$

ii) $P(X < 6) = 1 - P(X \geq 6)$

$= 1 - [P(X = 6) + P(X = 7)]$

$= 1 - (2k^2 + 7k^2 + k)$

$= 1 - (9k^2 + k)$

$= 1 - (\frac{9}{100} + \frac{1}{10}) = 1 - \frac{9}{100} - \frac{1}{10}$

$= \frac{100-9-10}{100} = \frac{81}{100}$

$P(X \geq 6) = P(X = 6) + P(X = 7)$

$= 2k^2 + 7k^2 + k = 9k^2 + k$

$= \frac{9}{100} + \frac{1}{10} = \frac{9+10}{100} = \frac{19}{100}$

P(0X< 5) = P(X = 1)+P(X = 2)+P(X = 3)+P(X = 4)

= k+2k+2k+3k

$8k = (\frac{8}{10}) = \frac{4}{5}$

iii) சோதனை மற்றும் பிழை முறைப்படி x இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு

$P(X \leq 0) = 0 < \frac{1}{2}; P(X \leq 1) = \frac{1}{10} < \frac{1}{2}$

$P(X \leq 2) = \frac{3}{10} < \frac{1}{2}; P(X \leq 3) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$P(X \leq 4) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} > \frac{1}{2}$

$\therefore P(X \leq x)\frac{1}{2}$ - க்கான x இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு 4 ஆகும்

22) ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி Xஆனது பின்வரும் பரவல் சார்பை பெற்றுள்ளது

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \ x \leq 1 \\ k(x-1)^4, & 1 < x \leq 3 \\ 1 & , \ x > 3 \end{cases}$$

எனில், (i) k மற்றும் (ii) நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பைக் காண்க

பதில் : நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1$

$\int_1^3 4k(x-1)^3 \ \mathrm{d}x = 1$

$4k\left[\frac{(x-1)^4}{4}\right]_1^3 = 1 \Rightarrow \mathrm{k}\left[2^4 - 0\right] = 1$

$16\mathrm{k} = 1 \Rightarrow \mathrm{k} = \frac{1}{16}$

நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

\(f(x)=\frac{4}{16}(x-1)^3=\frac{1}{4}(x-1)^3, 1

23) சொற்டொர்க ள், (i) நிகழ்தகவு நிறைச்சா ர்பு (ii) நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு மற்றும் (iii) நிகழ்தகவு பரவல் சார்பு ஆகியவற்றை விளக்கவும்.

பதில் : (i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு:
X என்ற தனித்த சமவாய்ப்பு மாறியின் தனித்த மதிப்புகள் $x_1, x_2, \ldots x_n, \ldots$ என்க.மேலும் இதன் நிகழ்தகவு சார்பு $\mathrm{P_x}(x)$ எனக் குறிப்பிடப்படுகிறது எனில்

$P_X(x) = p(x)$

$= \begin{cases} P(X = x_i) = p_i = p(x_i), & x = x_i, i = 1, 2, \ldots n, \ldots \\ 0 & , x \neq x_i \end{cases}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

(ii) நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு:
தொகையிடக்கூடிய ஓர் இடைவெளி $[\mathrm{t_1}, \mathrm{t_2}]$ இல் (திறந்த அல்லது மூடிய) அமையும் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X - இன் நிகழ்தகவு $f_x(x)$ ஆனது நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு என்று வரையறுக்கப்படுகிறது:

$P(\mathrm{t_1} \leq \mathrm{X} \leq \mathrm{t_2}) = \int_{t_1}^{t_1} f_X(x) dx$

(iii) நிகழ்தகவு பரவல் சார்பு :
தனித்த பரவலில், சமவாய்ப்பு மாறியின் பரவல் சார்பு
$F_X(x) = P(X \leq x) = \sum_{x < x_i} P(x_i), (-\infty < x < \infty)$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.
தொடர்ச்சியான பரவலில், சமவாய்ப்பு மாறியின் பரவல் சார்பு
$F_X(x) = \mathrm{P}[\mathrm{X} \leq x] = \int_{-\infty}^{x} f(t) dt, -\infty < x < \infty$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

24) X என்பது ஒரு தொ டர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி என்க. அதன் நிகழ்தகவு அடர்த் திச் சார்பானது.

$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4}, & x \geq 1 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$

எனில், X -இன் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டை கண்டுபிடிக்கவும்

பதில் : X - ன் சாராசரி $= \mathrm{E(X)} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

$= \int_1^{\infty} x \left(\frac{3}{x^4}\right) dx$

$= 3 \int_1^{\infty} x^{-3} dx = 3 \left[\frac{x^{-2}}{-2}\right]_1^{\infty}$

$= \frac{-3}{2}\left[\frac{1}{x^2}\right]_1^{\infty} = \frac{-3}{2}\left[\frac{1}{\infty} - 1\right] = \frac{3}{2}$

$\mathrm{E(X)}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_1^{\infty} x^2 \left(\frac{3}{x^4}\right) dx$

$= 3 \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = 3 \int_1^{\infty} x^{-2} dx$

$= 3\left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_t^{\infty} = -3\left[\frac{1}{x}\right]_1^{\infty}$

$= -3[0 - 1] = 3$

X - ன் திட்டவிலக்கம் $= E(X^2) - [E(X)]^2$

$= 3 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$

25) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X - இன் நிகழ்தக வு சார்பு கீழே கொ டுக்கப்பட்டுள்ள

$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & x = -2 \\ \frac{1}{4}, & x = 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 10 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$

P(X< 0)

பதில் : $P(X < 0) = P(X = -2) = \frac{1}{4}$