QB365 Question Bank Software Study Material

தொகை நுண்கணிதம் - II முக்கியமான 2,3 & 5 மதிப்பெண் வினாக்கள் விடைகளுடன்

12ம் வகுப்பு

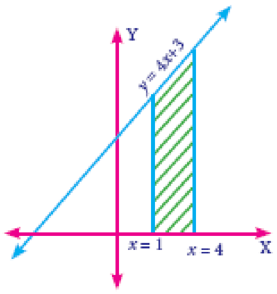
வணிகக் கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல்

மொத்த மதிப்பெண் : 75

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 2 = 20

1) y = 4x + 3 என்ற வளைவரை, x -அச்சு, x=1 மற்றும் x=4 ஆகியவற்றுடன் ஏற்படுத்தும் பரப்பைக் காண்க.



பதில் : பரப்பு $=\int_1^4 ydx$

$=\int_1^4 (4x+3)dx$

$=\left[2x^2+3x\right]_1^4$

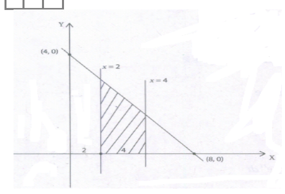
= 32 + 12 - 2 - 3

= 39 சதுர அலகுகள்.

2) தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி 2y+x =8 என்ற கோடு, -அச்சு மற்றும் x =2, x =4 என்னும் எல்லைக்குள் ஏற்படுத்தும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

பதில் : 2y + x = 8

x	0	8
y	4	0



2y + x = 8

2y = 8-x

y = $\frac{1}{2}$ (8-x)

பரப்பு $A=\int_a^b y\,dx$

$\frac{1}{2}\int_2^4 (8-x)dx=\frac{1}{2}\left[8x-\frac{x^2}{x}\right]_2^4$

$=\frac{1}{2}[(32-8)-(16-21)]$

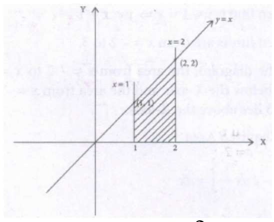
$=\frac{1}{2}[24-14]$

A = 5 ச.அலகுகள்

3) y = x எனும் கோடு, x-அச்சு, x=1 மற்றும் x=2 எனும் எல்லைக்குள் ஏற்படுத்தும் பரப்பைக் காண்க.

பதில் : y = x

x	1	2
y	1	2



பரப்பு $=\int_1^2 y \quad dx$

$=\left(\frac{x^2}{2}\right)_1^2$

$=\frac{1}{2}[4-1]$ $\frac{3}{2}$ ச.அலகுகள்

4) விற்பனை பொருள்களின் இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு MR =9-4x^2 எனில் தேவை சார்பைக் காண்க.

பதில் : இறுதிநிலை வருவாய்ச் சார்பு

$\mathrm{MR} = 9 - 4x^2$

$\frac{dR}{dx} = 9 - 4x^2$

$\mathrm{R} = \int \left(9 - 4\mathrm{x}^2\right) dx = 9x - \frac{4x^3}{3} + \mathrm{k}$

$x = 0, \mathrm{R} = 0$ எனில்,k =0

$\mathrm{R} = 9x - \frac{4x^3}{3}$

$= \mathrm{p} = \frac{R}{x} = 9 - \frac{4x^2}{3}$

தேவைச் சார்பு: $= \mathrm{p} = \frac{R}{x} = 9 - \frac{4x^2}{3}$

5) இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு $R'(x)=1500-4x-3x^2$ எனில், வருவாய் சார்பு மற்றும் சராசரி வருவாய் சார்பைக் காண்க.

பதில் : இறுதிநிலை வருவாய்ச் சார்பு

$R'(\mathrm{x}) = 1500 - 4x - 3x^2$

வருவாய்ச் சார்பு: $\mathrm{R} = \int \left(1500 - 4\mathrm{x} - 3\mathrm{x}^2\right) dx$

$= 1500x - \frac{4x^2}{2} - \frac{3x^3}{3} + k$

x =0, R=0 எனில், k =0

வருவாய்ச் சார்பு: $\mathrm{R} = 1500x - 2x^2 - x^3$

சராசரி வருவாய்ச் சார்பு:

$\mathrm{AR} = \frac{R}{x} = 1500 - 2x - x^2$

6) x அலகு பொருள்களுக்காக்கான இறுதிநிலை வருவாய்ச் சார்பு $MR = 10+3x-x^2$ எனில் வருவாய்ச் சார்பு மற்றும் தேவைச் சார்பு ஆகியவற்றைக் காண்க.

பதில் : இறுதிநிலை வருவாய்ச் சார்பு

$\mathrm{MR} = 10 + 3x - x^2$

$\frac{dR}{dx} = 10 + 3x - x^2$

$\int dR = \int \left(10 + 3x - \mathrm{x}^2\right) dx$

$\mathrm{R} = 10x + \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + k$

$x = 0, \mathrm{R} = 0$ எனில் $\mathrm{k} = 0$

வருவாய் சார்பு: $R = 10x + \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$,

தேவை சார்பு : $P + 10 + \frac{3x}{2} - \frac{x^2}{3}$

7) உற்பத்தி பொருள்களின் இறுதிநிலைச் செலவு சார்பு $MC = \frac{14000}{\sqrt{7x+4}}$ மற்றும் மாறாச் செலவு ரூ.18,000 எனில், மொத்தச் செலவு மற்றும் சராசரி செலவுக் காண்க.

பதில் : இறுதிநிலைச் செலவு சார்பு

$\mathrm{MC} = \frac{14000}{\sqrt{7x+4}}$

$\frac{dC}{dx} = \frac{14000}{\sqrt{7x+4}}$

$\int dC = 14000 \int (7x + 4)^{-1/2} dx$

$C = 14000 \left[\frac{(7x+4)^{1/2}}{7(1/2)}\right] + k$

செலவுச் சார்பு: $C = 4000(7x + 4)^{1/2} + \mathrm{k}$

x=0 மற்றும் C=18,000 எனில்,k =10000

செலவுச் சார்பு : $C = 4000\sqrt{7x + 4} + 10000$

சராசரி செலவு: $AC = \frac{4000}{x}\sqrt{7x + 4} + \frac{10000}{x}$

8) ஒரு பொருளின் தேவைச் சார்பு $y=36-x^2$ எனில், $y_0= 11$- ல் நுகர்வோர் உபரியை காண்க.

பதில் : கொடுக்கப்பட்டவை: $y=36-x^2$ மற்றும் $y_0=11$

$11=36-x_0^2$

$x_0^2=25$

$x_0=5$

$CS = \int_0^{x_0} (\text{தேவைச்சார்பு})dx - (\text{விலை} \times \text{ தேவையளவு})$

$= \int_0^5 (36 - x^2)dx - 5 \times 11$

$= \left[36x - \frac{x^3}{3}\right]_0^5 - 55$

$= \left[36(5) - \frac{5^3}{3}\right] - 55$

$=180 - \frac{125}{3} - 55 = \frac{250}{3}$

நுகர்வோர் உபரி $= \frac{250}{3}$ அலகுகள்.

9) தேவைச்சார்பு P =50-2x எனில், தேவை x =20 எனும் போது நுகர்வோர் உபரியைக் காண்க.

பதில் : $\mathrm{p}=50-2x$

$x_0=20$

$\mathrm{p}_0=50-40=10$

நுகர்வோர் உபரி

$CS=\int_0^{x_0} f(x)\mathrm{d}x-x_0p_0$

$\mathrm{CS}\ =\int_0^{20}(50-2x)\mathrm{d}x-200$

$=\left[50x-\frac{2x^2}{2}\right]_0^{20}-200$

=1000-400-200=400 அலகுகள்

10) அளிப்புச் சார்பு p =7+x, x =5 எனும்போது உற்பத்தியாளர் உபரியைக் காண்க.

பதில் : $\mathrm{p}=7+x, x=5$

$\mathrm{p}=7+5=12$

உற்பத்தியாளர் உபரி

$\mathrm{PS}\ =x_0p_0-\int_0^{x_0} g(x)\mathrm{d}x$

$=60-\int_0^5(7+x)\mathrm{d}x$

$=60-\left[7x+\frac{x^2}{2}\right]_0^5=60-\left(35+\frac{25}{2}\right)$

$=25-\frac{25}{2}=\frac{25}{2}$

P.S=$\frac{25}{2}$ அலகுகள்

<u>3 மதிப்பெண் வினாக்கள்</u> 10 x 3 = 30

11) y^2=8x என்ற பரவளையம் அதன் செவ்வகலத்துடன் ஏற்படுத்தும் பரப்பைப் காண்க.

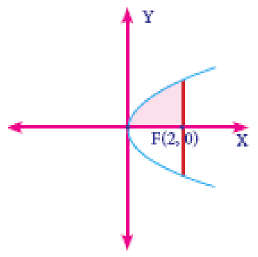
பதில் : y^2=8x ....(1)

திட்ட வடிவம் y^2=4ax, உடன் ஒப்பிட

4a=8

a=2

செவ்வகலத்தின் சமன்பாடு : x = 2



சமன்பாடு (1) ஆனது x -அச்சை பொருத்து சமச்சீர் ஆதலால்,

தேவையான பரப்பு = 2 [முதல் கால்பகுதியில் சமன்பாடு 1ஆனது x = 0 மற்றும் x = 2 எனும் எல்லைகளுக்குள் ஏற்படுத்தும் பரப்பு]

= $2\int_0^2 y dx$

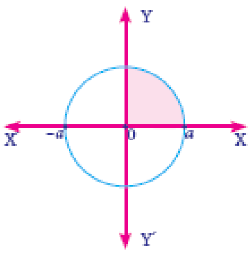
=$2\int_0^2\sqrt{8x}\,dx=2(2\sqrt{2})\int_0^2 x^{1/2}dx$

=$4\sqrt{2}\left[\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}\right]_0^2=4\sqrt{2}\times2\times\frac{2^{\frac{3}{2}}}{3}$

=$\frac{32}{3}$ சதுர அலகுகள்.

12) தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி a அலகு ஆரம் உடைய வட்டத்தின் பரப்பைக் காண்க.

[குறிப்பு:$\int\sqrt{a^2-x^2}dx=\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}+c$]

பதில் : 

வட்டத்தின் சமன்பாடு, $x^2+y^2=a^2$ .....(1)

y=0 என (1) -ல் பிரதியிட $x^2=a^2$

$\Rightarrow x=\pm a$

கொடுக்கப்பட்ட வளைவரை ஆனது இரு அச்சுகளைப் பொறுத்து சமச்சீர் ஆகும். எனவே தேவைப்படும் பரப்பு = 4

[முதல் கால்பகுதியில் x = 0, x = a எனும் எல்லைக்குள் வரையறுக்கப்படும் அரங்கத்தின் பரப்பு]

$=4\int_0^a ydx$

$=4\int_0^a \sqrt{a^2-x^2}dx = 4\left[\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right]_0^a$

$=\left[0+\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{a}{a}\right)\right] = 4\left(\frac{a^2}{2}\sin^{-1}(1)\right) = 4\frac{a^2}{2}\frac{\pi}{2}$

$= \pi a^2$

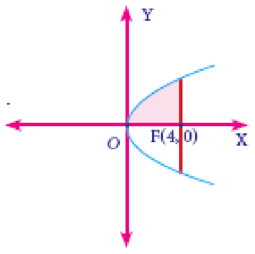
13) தொகையிடல் முறையைப் பயன்படுத்தி $y^2=16x$ என்ற பரவளையம் x =4 என்ற கோட்டுடன் ஏற்படுத்தும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

பதில் : $y^2=16x$ என்பது வலது புறமாக திறந்திருக்கும் பரவளையமாகும்.

தேவைப்படும் பரப்பு $=2\int_a^b ydx$

$=2\int_0^4 \sqrt{16x}dx$ (பரவளையம் x -அச்சை பொறுத்து சமச்சீர்)

$=8\int_0^4 x^{\frac{1}{2}}dx = 8\left[\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^4 = \frac{16}{3}\left((4)^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{128}{3}$ சதுர அலகுகள்



14) இறுதி நிலை செலவுச் சார்பு $MC=2+5e^x$ எனில்,

(i) C (0)=100 எனும் போது C யைக் காண்க.

(ii) சராசரிச் செலவு AC -ஐக் காண்க

பதில் : (i) கொடுக்கப்பட்ட $MC=2+5e^x$

$C=\int MCdx+k$

$=\int(2+5e^x)dx+k$

$=2x+5e^x+k$

x=0, C=100 $\Rightarrow 100=2(0)+5(e^0)+k$

k=95

$\therefore C=2x+5e^x+95$

(ii) சராசரி விலை $=\frac{C}{x} = \frac{2x+5e^x+95}{x}$

$AC=2+\frac{4e^x}{x}+\frac{95}{x}$.

15) ரூ.6,40,000 விலையுள்ள ஒரு இயந்திரமானது f (t) = 20000 t (t -ஆண்டுகளில்) என்ற சேமிப்பு விகிதச் சார்பின் செலவு சேமிப்புடன் ஈடு செய்ய எத்தனை ஆண்டுகளாகும்?

பதில் : செலவு சேமிப்பு $S(t) = \int_0^t 20000tdt$

$=10000t^2$

மொத்த செலவை ஈடுசெய்வதற்கான காலம்

$10000t^2=640000$

$t^2=64$

t=8

8 ஆண்டுகளில் இயந்திரத்தின் செலவை ஈடு செய்யலாம்.

16) இறுதி நிலை வருவாய் சார்பு $MR=35+7x-3x^2$ எனில், வருவாய் சார்பு மற்றும் தேவைச் சார்பு காண்க.

பதில் : கொடுக்கப்பட்ட MR =$35+7x-3x^2$

R =$\int (MR)dx + k$

=$\int (35+7x-3x^2)dx+k$

R =$35x+\frac{7}{2}x^2-x^3+k$

x=0 எனும்பொழுது R=0 ∴ k=0

R=$35x+\frac{7}{2}x^2-x^3$

தேவையானச் சார்பு: p=$\frac{R}{x}$

p=$35+\frac{7}{2}x-x^2$

17) உற்பத்தி செய்யப்படும் x அலகு பொருள்களின் இறுதிநிலைச் செலவு $\frac{a}{\sqrt{ax+b}}$ என்க. x=0 எனும் பொழுது உற்பத்தி செலவு 0 எனில் மொத்த செலவுச் சார்பைக் காண்க.

பதில் : $\mathrm{MC} = \frac{a}{\sqrt{ax+b}}$

$\frac{d\mathrm{C}}{dx} = \frac{a}{\sqrt{ax+b}}$

$\mathrm{C} = a\int (\mathrm{ax+b})^{-1/2}dx$

$= \mathrm{a}\left[\frac{(\mathrm{ax+b})^{1/2}}{a/2}\right]+k$

$= 2\sqrt{ax+b}+k$

$x=0, \mathrm{C}=0$ எனில்,

$0 = 2\sqrt{b}+\mathrm{k} \Rightarrow \mathrm{k} = -2\sqrt{b}$

$\therefore \mathrm{C} = 2\sqrt{ax+b}-2\sqrt{b}$

செலவுச் சார்பு: C =$2\sqrt{ax+b}-2\sqrt{b}$

18) விற்பனை செய்யப்படும் x அலகு பொருள்களின் இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு $5+3e^{-0.03}x$ எனில், விற்பனை செய்யப்படும் 100 அழகு பொருள்களின் மொத்த வருவாயை தோராயமாக காண்க. (e^{-3}=0.05)

பதில் : இறுதிநிலை வருவாய்ச் சார்பு

$\mathrm{MR} = 5+3\mathrm{e}^{-0.03x}$

$\frac{dR}{dx} = 5+3\mathrm{e}^{-0.03x}$

$\mathrm{R} = \int \left(5+3\mathrm{e}^{-0.03x}\right)\mathrm{dx} = 5x+\frac{3e^{-0.03x}}{-0.03}+k$

$\mathrm{R} = 5x-\frac{e^{-0.03x}}{0.01}+k$

$x=0, \mathrm{R}=0$ எனில்

$\mathrm{k} = \frac{1}{0.01} = 100$

$\mathrm{R} = 5x-\frac{e^{-0.03x}}{0.01}+100$

x =100 அலகுகள் எனில்,

$\mathrm{R} = 5(100)-\frac{e^{-3}}{0.01}+100 = 600-\left(\frac{0.05}{0.01}\right)$

=ரூ.5.95(ரூபாய் ஆயிரங்களில்)

=ரூ.5,95,000

19) இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு $\frac{4}{(2x+3)^2}-1$ எனில்,சராசரி வருவாய் சார்பு P =$\frac{4}{6x+9}$ எனக் காட்டுக.

பதில் : இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு

$\mathrm{MR} = \frac{4}{(2\mathrm{x}+3)^2}-1$

$\frac{dR}{dx} = \frac{4}{(2\mathrm{x}+3)^2}-1$

$\mathrm{R} = \int\left[4(2\mathrm{x}+3)^{-2}-1\right]dx$

$= \frac{4(2\mathrm{x}+3)^{-1}}{-1(2)}-x+k$

$\mathrm{R} = \frac{-2}{2x+3}-x+k$

$x=0, \mathrm{R}=0$ எனில், $\mathrm{k} = \frac{2}{3}$

$\mathrm{R} = \frac{-2}{2x+3}-x+\frac{2}{3}$

$\mathrm{R} = \frac{-2}{2x+3}+\frac{2}{3}-x$

$= \frac{-6+4x+6}{6x+9}-x = \frac{4x}{6x+9}-x$

சராசரி வருவாய்ச் சார்பு

$\mathrm{AR} = \frac{R}{x} = \frac{4}{6x+9}-1$ எனவே நிறுவப்பட்டது.

20) ஒரு பொருளின் தேவை நெகிழ்ச்சி $\frac{p}{x^3}$ விலை 2 மற்றும் தேவை 3 எனும்போது தேவை சார்பைக் காண்க.

பதில் : $\eta_d = \frac{p}{x^3} \Rightarrow \frac{-p}{x}\frac{dx}{dp} = \frac{p}{x^3}$
$\frac{-dx}{dp} = \frac{1}{x^2}$
$\int x^2 dx = -\int dp$
$\frac{x^3}{3} = -\mathrm{p} + \mathrm{k}$
$\mathrm{p} = 2, x = 3$ எனில்
$9 = -2 + \mathrm{k} \Rightarrow \mathrm{k} = 11$
$\mathrm{p} = 11 - \frac{x^3}{3}$

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 x 5 = 25

21) ஒரு நிறுவனத்தின் இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு MR = $\frac{a}{(x+b)^2}$-c. இங்கு x என்பது பொருள்களின் உற்பத்தி மற்றும் a, b, c என்பன மாறிலிகள் எனில், தேவைச் சார்பு x = $\frac{a}{b(p+c)} - b$ என நிறுவுக.

பதில் : கொடுக்கப்பட்ட MR=$a(x+b)^{-2}$-c
R=$\int a(x+b)^{-2}dx - c\int dx$
R=$\frac{a(x+b)^{-1}}{-1}$-cx+k
R=$-\frac{a}{x+b}$-cx+k
x = 0 எனும்பொழுது R = 0
∴ 0=$-\frac{a}{b}$-c(0)+k
k =$\frac{a}{b}$
R=$-\frac{a}{x+b} - cx + \frac{a}{b}$
$= \frac{-ab+a(x+b)}{b(x+b)}$-cx
R=$\frac{ax}{b(x+b)} - cx$
தேவைச் சார்பு: p=$\frac{R}{x}$
p=$\frac{a}{b(x+b)} - c$
p+c=$\frac{a}{b(x+b)}$
b(x+b)=$\frac{a}{p+c}$
x =$\frac{a}{b(p+c)} - b$.

22) ஒரு நிறுவனம், 30 நாள்களுக்கு ஒரு முறை 500 இருசக்கர வாகனங்களை பெறுகிறது. அனுபவத்தில் சரக்கு கையிருப்பு, இருப்பு நாள்களுடன் (x) உடன் தொடர்புடையது என தெரிகிறது. கடைசியில் பெறப்பட்ட சரக்கு முதலில் இருந்து I(x)=500-0.03x^2, தினசரி சரக்கு தேக்கச் செலவு ரூ.0.3 எனில் 30 நாள்களுக்கான மொத்த செலவைக் காண்க.

பதில் : $\mathrm{I}(x) = 500 - 0.03x^2; \mathrm{C}_1 = 0.3; \mathrm{T} = 30$
சரக்கின் மொத்த தேக்கச் செலவு
$= C_1 \int_0^T I(\mathrm{x})\mathrm{dx}$
$= 0.3\int_0^{30} (500 - 0.03\mathrm{x}^2)\,\mathrm{dx}$
$= 0.3[500x - 0.01x^3]_0^{30}$
$= 0.3[15000 - 270] = \quad 4419$
= ரூ.4,419

23) ஒரு நிறுவனத்தின் உற்பத்தி பொருள்களின் இறுதிநிலை செலவு சார்பு C'(x)=5+0.13x, இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு R'(x) =18 மற்றும் மாறாச் செலவு ரூ.120 எனில், இலாபச் சார்பைக் காண்க.

பதில் : இறுதிநிலை செலவு சார்பு C'(x)=5+0.13x
$C(x) = \int(5 + 0.13x)dx$
$= 5x + \frac{0.13x^2}{2} + k_1$
$= 5x + 0.065x^2 + \mathrm{k}_1$
x =0, C=120 எனில்,$\mathrm{k}_1 = 120$
செலவுச் சார்பு : $C(x) = 5x + 0.065x^2 + 120$
$R'(\mathrm{x}) = 18$
வருவாய்ச் சார்பு : $\mathrm{R} = \int 18dx = 18x + \mathrm{k}_2$
x = 0, R = 0 எனில்
$\mathrm{k}_2 = 0$
$\mathrm{R} = 18x$
இலாபச் சார்பு : $\mathrm{P}(\mathrm{x}\,) = \mathrm{R}(x) - \mathrm{C}(x)$
$= 18x - 5x - 0.065x^2 - 120$
$= 13x - 0.065x^2 - 120$

24) ஒரு சந்தை பொருளின் தேவை சமன்பாடு p_d =20-5x மற்றும் அளிப்புச் சமன்பாடு p_s=4x+8 சந்தையின் சமநிலை விலையின் கீழ் நுகர்வோர் உபரி மற்றும் உற்பத்தி உபரி ஆகியவற்றைக் காண்க.

பதில் : சமநிலையில் $P_d = P_s$

$20-5x=4x+8$

$12=9x \Rightarrow x=\frac{4}{3}$

$\mathrm{p}=20-\frac{20}{3}=\frac{40}{3}$

நுகர்வோர் உபரி

$\mathrm{CS}=\int_0^{x_2} f(x)\mathrm{d}x-p_0x_0$

$=\int_0^{4/3}(20-5x)\mathrm{d}x-\frac{160}{9}$

$=\left[20x-\frac{5x^2}{2}\right]_0^{4/3}-\frac{160}{9}$

$=\frac{80}{3}-\frac{40}{9}-\frac{160}{9}$

$=\frac{80}{3}-\frac{200}{9}$

$=\frac{40}{9}$ அலகுகள்

உற்பத்தியாளர் உபரி PS $=p_0x_0-\int_0^{x_0} g(x)\mathrm{d}x$

$=\frac{160}{9}-\int_0^{4/3}(4x+8)\mathrm{d}x$

$=\frac{160}{9}-\left[\frac{4x^2}{2}+8x\right]_0^{4/3}$

$=\frac{160}{9}-\frac{32}{9}-\frac{32}{3}$

$=\frac{128}{9}-\frac{32}{3}$

P.S=$\frac{32}{9}$ அலகுகள்

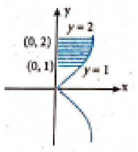
25) $y^2=27x^3$ என்ற வளைவரைக்கும் மற்றும் x=0, y=1, y=2 என்ற கோடுகளுக்குள் அடைப்படும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

பதில் : $y^2=27x^3$ என்பது ஓர் அரை முப்படிப் பரவளையம்

பரப்பு $=\int_c^d xdy$

$x^3=\frac{y^2}{27}\Rightarrow x=\frac{y^{2/3}}{3}$

பரப்பு $=\frac{1}{3}\int_1^2 y^{2/3}dy=\frac{1}{3}\left[\frac{y^{5/3}}{5/3}\right]_1^2$

$=\frac{1}{5}\left[2^{5/3}-1\right]$

$\frac{1}{5}\left[(2)^{\frac{5}{3}}-1\right]$ ச.அலகுகள்