QB365 Question Bank Software Study Material

அணிகளும் அணிக்கோவைகளும் முக்கியமான 2,3 & 5 மதிப்பெண் வினாக்கள் விடைகளுடன்(புத்தக & ஆக்கபூர்வமான வினாக்கள்)

11ம் வகுப்பு
கணிதம்

மொத்த மதிப்பெண் : 75

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 2 = 20

1) ஓர் அணியில் 12 உறுப்புகள் உள்ளது. அவ்வணியின் வாய்ப்புள்ள வரிசைகளைக் காண்க.மேலும், அந்த அணியில் 7 உறுப்புகள் இருந்தால் வரிசைகள் என்னவாகும்?

பதில் : ஓர் அணியின் நிரைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் நிரல்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைப் பெருக்கினால் அவ்வணியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை கிடைக்கும். எனவே, இரு இயல் எண்களின் பெருக்கற் பலன் 12 தரக்கூடிய எல்லா வரிசை ஜோடிகளையும் காணலாம். ஆகவே, பெருக்கற் பலன் 12 தரக்கூடிய 12-ன் இரண்டு வகு எண்களைக் கொண்டு பெறக்கூடிய பெருக்கல்களான 1×12, 12×1, 2×6, 6×2, 3×4 மற்றும் 4×3 ஆகியவை வரிசைகளாக அமையலாம்.
மேலும் ஓர் அணியில் 7 உறுப்புகள் இருந்தால் , 7 என்பது பகா எண் என்பதால் 1×7 மற்றும் 7×1 என்பவை மட்டுமே அணியின் வரிசைகளாக அமையும்.

2) $A=\begin{bmatrix}\sin^2\theta & 1\\ \cot^2\theta & 0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}\cos^2\theta & 0\\ -cosec^2\theta & 1\end{bmatrix}$ மற்றும் $C=\begin{bmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ எனில், A+B+C -ஐக் காண்க .

பதில் : வரையறைப்படி, மூன்று அணிகளின் கூடுதல்

$$A+B+C=\begin{bmatrix}\sin^2\theta+\cos^2\theta+0 & 1+0-1\\ \cot^2\theta-cosec^2\theta-1 & 0+1+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{bmatrix}$$

3) $B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ 1 & -1 & 5\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}-1 & -2 & 3\\ -1 & 0 & 2\end{bmatrix}, D=\begin{bmatrix}0 & 4 & -1\\ 5 & 6 & -5\end{bmatrix}$ எனில், 3B+4C-D-ஐக் காண்க.

பதில் : $3B+4C-D=\begin{bmatrix}6 & 9 & 0\\ 3 & -3 & 15\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4 & -8 & 12\\ -4 & 0 & 8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & -4 & 1\\ -5 & -6 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -3 & 13\\ -6 & -9 & 28\end{bmatrix}$

4) a,b,c மற்றும் x என்பன மிகை மெய்யெண்கள் எனில், $\begin{vmatrix}(a^x+a^{-x})^2 & (a^x-a^{-x})^2 & 1\\ (b^x+b^{-x})^2 & (b^x-b^{-x})^2 & 1\\ (c^x+c^{-x})^2 & (c^x-c^{-x})^2 & 1\end{vmatrix}$ என்பது பூஜ்ஜியமாகும் என நிரூபிக்க .

பதில் : $C_1\to C_1-C_2$ -ஐ பயன்படுத்த, $\begin{vmatrix}4 & (a^x-a^{-x})^2 & 1\\ 4 & (b^x-b^{-x})^2 & 1\\ 4 & (c^x-c^{-x})^2 & 1\end{vmatrix}=0$ $[C_1, C_3$ விகிதச் சமமானவை]

5) (-3,0),(3,0),(0,k) என்ற உச்சிப்புள்ளிகளைக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 9 சதுர அலகுகள் எனில், k-ன் மதிப்பைக் காண்க.

பதில் : முக்கோணத்தின் பரப்பு $=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{vmatrix}$-ன் எண்ணளவு ஆகும். எனவே,

$$9=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}-3 & 0 & 1\\ 3 & 0 & 1\\ 0 & k & 1\end{vmatrix}=\left|\frac{1}{2}(-k)(-3-3)\right|$$

ஆகையால் $9=3|k|, k=\pm 3.$

6) $(a,b+c),(b,c+a),(c,a+b)$ என்பன ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள் என நிறுவுக

பதில் : கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள் என நிரூபிக்க $|A|=\begin{vmatrix}a & b+c & 1\\ b & c+a & 1\\ c & a+b & 1\end{vmatrix}=0$ என நிறுவினால் போதுமானது.

$C_1\to C_1+C_2$ என எடுக்க,

$$|A|=\begin{vmatrix}a+b+c & b+c & 1\\ a+b+c & c+a & 1\end{vmatrix}=(a+b+c)\begin{vmatrix}1 & b+c & 1\\ 1 & c+a & 1\end{vmatrix}=(a+b+c)\times 0=0$$

$\begin{vmatrix} a+b+c & a+b & 1 \end{vmatrix}$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 1 & a+b & 1 \end{vmatrix}$

எனவே கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமையும்.

7) (k,2),(2,4) மற்றும் (3,2) என்ற உச்சிப்புள்ளிகளைக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 4 சதுர அலகுகள் எனில், k-ன் மதிப்பைக் காண்க.

பதில் : முக்கோணத்தின் பரப்பு $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$ ன் எண்ணளவு ஆகும்

எனவே $4 = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} k & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow$ 8 = $\pm$ [k (4 - 2) - 2 (2 -3) + 1 (4 - 12)]

$\Rightarrow$ 8 = $\pm$ [k (2) + 2 - 8]

$\Rightarrow$ 8 = $\pm$ (2k - 6)

நிலை (i)

$\Rightarrow$ 8 = 2k - 6

$\Rightarrow$ 2k = 14 k = 7

நிலை (ii)

-2k = 8 - 6

-2k = 2

k = -1

தீர்வு : k = -1, 7

8) மதிப்பிடுக : $\begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$

பதில் : $\begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} = (\cos\theta.\cos\theta) - (-\sin\theta.\sin\theta) = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1.$

9) கீழ்காண்பவற்றில் எவை பூஜ்ஜிய மற்றும் புஜ்ஜியமற்ற கோவை அணிகள் எனக் காண்க.

$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$

பதில் : A = $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$ என்க

|A| = $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$

= 2 (0 -20) + 3 (-42 - 4) + 5 (30 - 0)

= -40 + 3 x -46 + 150

= -40 - 138 + 150

= -178 + 150 = -28 $\neq$ 0

$\therefore$ A ஒரு பூஜ்ஜியமற்ற கோவை அணியாகும்

10) கீழ்காண்பவற்றில் எவை பூஜ்ஜிய மற்றும் புஜ்ஜியமற்ற கோவை அணிகள் எனக் காண்க.

$\begin{bmatrix} 0 & a-b & k \\ b-a & 0 & 5 \\ -k & -5 & 0 \end{bmatrix}$

பதில் : B = $\begin{bmatrix} 0 & a-b & k \\ b-a & 0 & 5 \\ -k & -5 & 0 \end{bmatrix}$ என்க

= |B| = $\begin{vmatrix} 0 & a-b & k \\ b-a & 0 & 5 \\ -k & -5 & 0 \end{vmatrix}$

= 0 (0 + 25) - (a - b) (0 + 5k) + k [-5 (b -a) - 0]

= -5k (a- b) - 5k (b- a)

=+5k (b - a) - 5k (b - a) = 0

$\therefore$ B ஒரு பூஜ்ஜியக் கோவை அணியாகும் .

3 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 3 = 30

11) $a_{ij}=\frac{\sqrt{3}}{2}|2i-3j|,(1\leq i\leq 2, 1\leq j\leq 3)$ என இருக்குமாறு (i ,j)- ஆவது உறுப்புகளைக் கொண்ட 2 × 3 அணியை எழுதுக .

பதில் : 2 × 3 அணியின் பொது வடிவம் A= $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$

a_{ij} -ன் வரையறையின்படி, $a_{11}= \frac{\sqrt{3}}{2}|2-3| = \frac{\sqrt{3}}{2}$ இதே போன்று A என்ற அணியின் மற்ற உறுப்புகளையும் காணலாம்.எனவே தேவையான அணி $A=\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 2\sqrt{3} & \frac{7\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \sqrt{3} & \frac{5\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$

12) $\begin{bmatrix} 3x+4y & 6 & x-2y \\ a+b & 2a-b & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 5 & -5 & -3 \end{bmatrix}$ எனில்,x ,y ,a ,b இவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

பதில் : இரண்டு அணிகளும் சம அணிகள் என்பதால், அவற்றின் ஒத்த உறுப்புகளும் சமம். எனவே, 3x+4y=2,x-2y=4,a+b=5, 2a-b=-5 இச்சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண, x=2,y=-1,a=0,b=5 எனக் கிடைக்கும் .

13) $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B=\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் AB மற்றும் BA ஆகியவற்றை இயலுமெனில் காண்க.

பதில் : A-ன் வரிசை 3x3 மற்றும் B-ன் வரிசை 3 x 2. எனவே AB-இன் வரிசை 3 x 2 ஆகும் .

A,B என்ற அணிகள் பெருக்கல் AB காண C=AB என்க.

C_{11} =(A -இன் முதல் நிரை)(B -ன் முதல் நிரை)

$\Rightarrow c_{11}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1+1+2=4$ (c_{11} ஓர் உறுப்பு என்பதாகும்)

இதேபோல்,$c_{12}=0, c_{21}=0, c_{22}=13, c_{31}=7, c_{32}=5.$

எனவே, $AB=[c_{ij}]\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 13 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$

B என்ற அணியில் உள்ள நிரல்களின் எண்ணிக்கை,A அணியின் நிரைகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமல்ல என்பதால் BA-ஐக் காண முடியாது.

14) $A=\begin{bmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ எனில், பின்வருவனவற்றைச் சரிபார்க்க. $(AB)^T=B^TA^T$

பதில் :

$$AB=\begin{bmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 16 & 2 & 22 \\ -2 & 9 & 9 \\ 7 & 1 & 14 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^T=\begin{bmatrix} 16 & -2 & 7 \\ 2 & 9 & 1 \\ 22 & 9 & 14 \end{bmatrix}\dots(1)$$

$$B^T=\begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad A^T=\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^TA^T=\begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 16 & -2 & 7 \\ 2 & 9 & 1 \\ 22 & 9 & 14 \end{bmatrix}\dots(2)$$

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து, $(AB)^T=B^TA^T$

15) $A_\alpha=\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ எனில், $A_\alpha A_\beta = A_{(\alpha+\beta)}$ என நிறுவுக.

பதில் : $A_a=\begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix}$

$A_\beta\begin{bmatrix} cos\beta & -sin\beta \\ sin\beta & cos\beta \end{bmatrix}$

$A_aA_\beta=\begin{bmatrix} (cos\alpha \quad cos\beta)+(-sin\alpha \quad sin\beta \quad) & [-cos\alpha \quad sin\beta \quad -sin\alpha \quad cos\beta] \\ (sin\alpha \quad cos\beta+cos\alpha \quad sin\beta) & (-sin\alpha \quad sin\beta \quad +cos\alpha \quad cos\beta) \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} (cos\alpha \quad cos\beta-sin\alpha \quad sin\beta)- & (-cos\alpha \quad sin\beta \quad -sin\alpha \quad cos\beta) \\ (sin\alpha \quad cos\beta+cos\alpha \quad sin\beta) & (-sin\alpha \quad sin\beta \quad +cos\alpha \quad cos\beta) \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} cos\,(\alpha+\beta) & -sin\,(\alpha+\beta) \\ sin\,(\alpha+\beta) & cos\,(\alpha+\beta) \end{bmatrix}$

= $A_{\alpha+\beta}$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

16) $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$ என நிறுவுக.

பதில் : $LHS = \begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix}$

$= abc \begin{vmatrix} a & c & a+c \\ a+b & b & a \\ b & b+c & c \end{vmatrix}$

C_1, C_2, C_3 லிருந்து முறையே a,b ,c ஐ வெளியில் எடுக்க

$= abc \begin{vmatrix} 2(a+c) & c & a+c \\ 2(a+b) & b & a \\ 2(b+c) & b+c & c \end{vmatrix} C_1 \to C_1 + C_2 + C_3$

$= 2abc \begin{bmatrix} a+c & c & a+c \\ a+b & b & a \\ b+c & b+c & c \end{bmatrix}$

C_1 லிருந்து 2 ஐ வெளியில் எடுக்க

$= 2abc \begin{bmatrix} a+c & -a & a+c \\ a+b & -a & a \\ b+c & 0 & c \end{bmatrix} C_2 \to C_2 - C_1$

$= 2abc \begin{bmatrix} a+c & -a & 0 \\ a+b & -a & -b \\ b+c & 0 & -b \end{bmatrix} C_3 \to C_3 - C_1$

$= 2abc \begin{vmatrix} c & -a & 0 \\ 0 & -a & -b \\ c & 0 & -b \end{vmatrix}$

$= 2abc(cab) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

C_1, C_2, C_3 லிருந்து முறையே c,a,b ஐ வெளியில் எடுக்க,

= $2a^2b^2c^2$ [(1 - 0) + 1 (1) + 0]

= $2a^2b^2c^2$ x 2 = $4a^2b^2c^2$ = RHS எனவே நிருபிக்கப்பட்டது.

17) பின்வருவனவற்றிற்கு காரணித்தேற்றத்தை பயன்படுத்துக

$\begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix} = (x-a)^2(x+2a)$ என நிறுவுக.

பதில் : $\triangle = \begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix} = (x-a)$ என $\triangle$-ல் பிரதியிட

$\therefore \triangle = \begin{vmatrix} a & a & a \\ a & a & a \\ a & a & a \end{vmatrix} = 0$

அணைத்து நிரைகளும் (3 நிரைகள்) சமம் என்பதால் $(x-a)^2$ ஆனது $\triangle$-ன் காரணி ஆகும்

x = -2 என $\triangle$-ன் ஒரு காரணி ஆகும்.

$\triangle = \begin{vmatrix} -2a & a & a \\ a & -2a & a \\ a & a & -2a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & a & a \\ 0 & -2a & a \\ 0 & a & -2a \end{vmatrix} = 0$

$\therefore$ (x + 2a) ஒரு காரணியாகும்.

$\therefore$ $(x-a)^2 (x+2a)^1$ ஆனது $\triangle$-ன் காரணிகள் மற்றும் படியானது 3 ஆகும்.

முதன்மை மூலைவிட்டத்தின் பெருககற்பலனின் படியும் 3.

எனவே மற்றொரு காரணி k ஆக இருக்க வேண்டும்.

$\therefore \begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix}$ = k $(x-a)^2(x+2a)$

x^3 -ன் உறுப்புகளை இருபுறமும் சமப்படுத்தி 1 = k

$\therefore \begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix}$ = $(x-a)^2(x+2a)$

18) $A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ எனில், $A_\alpha + A_\alpha^T = I$ என்ற நிபந்தனையை நிறைவு செய்யும் α-ன் அனைத்து மெய் மதிப்புகளையும் காண்க.

பதில் : $A_\alpha + A_\alpha^T = I$

$A_\alpha = \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix}$

$A_\alpha^T = \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ -sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix}$

$A_\alpha + A_\alpha^T = \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ -sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 2cos\alpha & 0 \\ 0 & 2cosa \end{bmatrix} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

2cosα = 1

$\Rightarrow$ cos α = $\frac{1}{2}$ = cos $\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow$ α = $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$, nϵZ

19) $If \quad A^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 7 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ எனில், பின்வருவனவற்றைச் சரிபார்க்க.

$(A-B)^T = A^T - B^T$

பதில் : (A +B)^T = $\left[\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 7 & 5 & -2 \end{pmatrix}\right]^T$

= $\begin{bmatrix} (4-2) & (-1-(-1)) & (2-1) \\ (5-7) & (0-5) & (3-(-2)) \end{bmatrix}^T$

= $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & 5 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -5 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ ...... (1)

A^T-B^T = $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ....(2)

(1) = (2)

$\therefore$ (A - B)^T = A^T- B^T என நிருபிக்கப்பட்டது

20) $If \quad A^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 7 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ எனில், பின்வருவனவற்றைச் சரிபார்க்க.

$(B^T)^T = B$

பதில் : (BT)^T = B

B^T = $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 7 & 5 & -2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$(B^T)^T$ = $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 7 & 5 & -2 \end{pmatrix} = B$

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 x 5 = 25

21) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை சமச்சீர் மற்றும் எதிர் சமச்சீர் அணிகளின் கூடுதலாக எழுதுக .

பதில் : $A=\begin{bmatrix}1 & 3 & 5\\ -6 & 8 & 3\\ -4 & 6 & 5\end{bmatrix}\Rightarrow A^T=\begin{bmatrix}1 & -6 & -4\\ 3 & 8 & 6\\ 5 & 3 & 5\end{bmatrix}$

$P=\frac{1}{2}(A+A^T)=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ -3 & 16 & 9\\ 1 & 9 & 10\end{bmatrix}$ என்க

இப்பொழுது $P^T=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ -3 & 16 & 9\\ 1 & 9 & 10\end{bmatrix}=P$

ஆகையால், $P=\frac{1}{2}(A+A^T)$ ஒரு சமச்சீர் அணியாகும்.

$Q=\frac{1}{2}(A-A^T)$ என்க

$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & 9 & 9\\ -9 & 0 & -3\\ -9 & 3 & 0\end{bmatrix}$

$Q^T=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & -9 & -9\\ 9 & 0 & 3\\ 9 & -3 & 0\end{bmatrix}=-Q$

ஆகையால், $Q=\frac{1}{2}(A-A^T)$ ஒரு எதிர் சமச்சீர் அணியாகும்.

$A=P+Q=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ -3 & 16 & 9\\ 1 & 9 & 10\end{bmatrix}+\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & 9 & 9\\ -9 & 0 & -3\\ -9 & 3 & 0\end{bmatrix}$

ஆகவே A என்பதை ஒரு சமச்சீர் மற்றும் எதிர் சமச்சீர் அணிகளில் கூடுதலாக எழுதலாம் .

22) $|A|=\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$ என்க.$a_i,b_i,c_i \quad i=1,2,3$ என்பவற்றின் இணைக்காரணிகள் A_i,B_i,C_i எனில், $\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C_1\\ A_2 & B_2 & C_2\\ A_3 & B_3 & C_3\end{vmatrix}=|A|^2$ என நிறுவுக .

பதில் : $\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C_1\\ A_2 & B_2 & C_2\\ A_3 & B_3 & C_3\end{vmatrix}$

$=\begin{vmatrix}a_1A_1+b_1B_1+c_1C_1 & a_1A_2+b_1B_2+c_1C_2 & a_1A_3+b_1B_3+c_1C_3\\ a_2A_1+b_2B_1+c_2C_1 & a_2A_2+b_2B_2+c_2C_2 & a_2A_3+b_2B_3+c_2C_3\\ a_3A_1+b_3B_1+c_3C_1 & a_3A_2+b_3B_2+c_3C_2 & a_3A_3+b_3B_3+c_3C_3\end{vmatrix}$

$=\begin{vmatrix}|A| & 0 & 0\\ 0 & |A| & 0\\ 0 & 0 & |A|\end{vmatrix}=|A|^3$

$|A|\times\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C_1\\ A_2 & B_2 & C_2\\ A_3 & B_3 & C_3\end{vmatrix}=|A|^3$

$\Rightarrow\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C_1\\ A_2 & B_2 & C_2\\ A_3 & B_3 & C_3\end{vmatrix}=|A|^2$

23) பின்வரும் நிபந்தனைகள் ஒவ்வொன்றையும் நிறைவுசெய்யும் அணிகளுக்கான எடுத்துக்காட்டுகளைத் தருக.

(i) $AB\neq BA$ எனுமாறுள்ள A மற்றும் B அணிகள்

(ii) $AB=O=BA. A\neq O$ மற்றும்$B\neq O$ எனுமாறுள்ள A,B அணிகள்

(iii) AB = O மற்றும் $BA\neq O$ எனுமாறுள்ள A,B அணிகள்

பதில் : (i) AB $\neq$ BA

$\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & -1\end{bmatrix}$,B = $\begin{bmatrix}2 & 1\\-1 & 0\end{bmatrix}$

AB = $\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1\\-1 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}(2-2) & (1+0)\\(0+1) & (0+0)\end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$ ....(1)

BA = $\begin{bmatrix}2 & 1\\-1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & -1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}(2+0) & (4-0)\\(-0+1) & (-2+0)\end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix}2 & 3\\-1 & -2\end{bmatrix}$ ....(2)

(1) $\neq$ (2)

(ii) AB = 0 = BA, A $\neq$ 0, B $\neq$ 0

A = $\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix}-1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix}$

AB = $\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix}(-1+1) & (1-1)\\(-1+1) & (1-1)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$ = 0

BA = $\begin{bmatrix}-1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix}(-1+1) & (-1+1)\\(1-1) & (1-1)\end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix} = 0$

$\therefore$ AB = 0 = BA எனவே நிருபிக்கப்பட்டது

(iii) AB = 0 மற்றும் BA $\neq$ 0

A = $\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix}-1 & 2\\1 & 2\end{bmatrix}$

AB = $\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & -2\\1 & 2\end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix}(-1+1) & (-2+2)\\(-1+1) & (-2+2)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$ = 0

BA = $\begin{bmatrix}-1 & -2\\1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix}(-1-2) & (-1-2)\\(1+2) & (1+2)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3 & -3\\3 & 3\end{bmatrix} \neq 0$

AB = 0, BA $\neq$0.

24) $\begin{vmatrix}a^2+x^r & ab & ac\\ab & b^2+x^2 & bc\\ac & bc & c^2+x^2\end{vmatrix}$ என்ற அணிக்கோவை x^4 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

பதில் : $\triangle = \begin{vmatrix}a^2+x^r & ab & ac\\ab & b^2+x^2 & bc\\ac & bc & c^2+x^2\end{vmatrix}$

= [(a^2+x^2) [$(b^2+x^2)(c^2+x^2) - b^2c^2$] - ab [ab $(c^2+x^2) - abc^2$] + ac [$acb^2 - ac(b^2+x^2)$]]

= [(a^2+x^2) [$b^2c^2 + c^2x^2 + b^2c^2 + x4 - b^2c^2$]] - ab ($abc^2$ + ab - abc^2) + $a^2c^2b^2 - a^2c^2(b^2+x^2)$]

$= [\cancel{a^2b^2c^2} + \cancel{b^2c^2x^2} + \cancel{a^2c^2x^2} + c^2x^4 + \cancel{a^2b^2x^2}$
$+ b^2x^4 + a^2x^4 + x^6 - \cancel{a^2b^2c^2} - \cancel{b^2c^2x^2} - \cancel{a^2b^2c^2}$
$- \cancel{a^2b^2x} + a^2b^2c^2 + a^2c^2b^2 - a^2b^2c^2 - a^2c^2x^2]$ $= c^2x^4 + b^2x^4 + a^2x^4 + x^6$

= $x^4(a^2+b^2+c^2) + x^6$ இது x^4 ஆல் வகுபடும்

மாற்றுமுறை : $\begin{vmatrix}a^2+x^r & ab & ac\\ab & b^2+x^2 & bc\\ac & bc & c^2+x^2\end{vmatrix}$

= $\begin{vmatrix}a^2 & ab & ac\\ab & b^2 & bc\\ac & bc & c^2\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}x^2 & 0 & 0\\0 & x^2 & 0\\0 & 0 & x^2\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}a^2 & ab & ac\\ab & b^2 & bc\\ac & bc & c^2\end{vmatrix} + x^6$

= $a^2(b^2c^2 - b^2 - c^2) - ab(abc^2 - abc^2) + ac(ab^2c - ab^2c) + x^6$

= 0 - 0 +0 + x^6

x^6 இது x^4 ஆல் வகுபடும் எனவே நிருபிக்கப்பட்டது.

25) $A = \begin{bmatrix}4 & 3 & -2\\1 & 0 & 7\\2 & 3 & -5\end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix}1 & 3 & 3\\-2 & 4 & 0\\9 & 7 & 5\end{bmatrix}$ என்ற அணிகளுக்கு det(AB)=(detA)(detB) என சரிபார்க்க.

பதில் : $AB = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 7 \\ 2 & 3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 9 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} (4-6-18) & (12+12-14) & (12+0-10) \\ (1+0+63) & (3+0+49) & (3+0+35) \\ (2-6-45) & (6+12-35) & (6+0-25) \end{bmatrix}$

= $\begin{vmatrix} -20 & 10 & 2 \\ 64 & 52 & 38 \\ -49 & -17 & -19 \end{vmatrix}$

|AB| = $-20 \begin{vmatrix} 52 & 38 \\ -17 & -19 \end{vmatrix} - 10 \begin{vmatrix} 64 & 38 \\ -49 & -19 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 64 & 52 \\ -49 & -17 \end{vmatrix}$

= -20 (-988 + 646) - 10 (-1216 + 1862) + 2 (-1088 + 2548)

= -20 (-342) - 10 (616) + 2 (1460)

= 6840 - 6460 - 2920 = 3300

(det A) = $\begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 7 \\ 2 & 3 & -5 \end{bmatrix}$

= 4 (0 - 21) - 3 (-5 -14) - 2(3 + 0)

= - 84 - 3 x 19 - 6

= -84 + 57 - 6

= -90 + 57 = -33

(det B) = $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 9 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

= 1 (20 + 0)-3 (-10+ 0) + 3(-14-36)

= 20 + 30 + 3 x -50

= 50 - 150= -100

(det A) (Det B) = -33 (-100) = -3300 ..... (2)

(1) = (2)

det (AB) = (det A) (det B)