QB365 Question Bank Software Study Material

முக்கோணவியல் முக்கியமான 2,3 & 5 மதிப்பெண் வினாக்கள் விடைகளுடன்(புத்தக & ஆக்கபூர்வமான வினாக்கள்)

11ம் வகுப்பு

கணிதம்

மொத்த மதிப்பெண் : 75

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 2 = 20

1) a cosθ = b மற்றும் c sinθ = d லிருந்து θ -ஐ நீக்குக, a, b, c, d ஆகியவை மாறிலிகள்.

பதில் : ac cos θ = bc மற்றும் ac sin θ = ad ஆகியவற்றை வர்க்கப்படுத்திக் கூட்டக் கிடைப்பது

$a^2 c^2 = b^2 c^2 + a^2 d^2$

2) நிறுவுக : $\cos(30^\circ + x) = \frac{\sqrt{3}\cos x - \sin x}{2}$

பதில் : $\cos(30^0 + x) = \frac{\sqrt{3}\cos x - \sin x}{2}$ நிரூபி

$\cos(30^0 + x) = \cos 30^0 . \cos x - \sin 30^0 . \sin x$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} . \cos x - \frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}\cos x - \sin x}{2}$

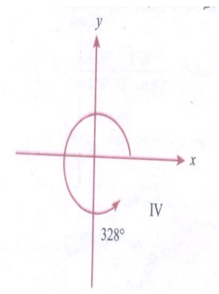
∴ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

3) கொடுக்கப்பட்ட கோணம் எந்தக் காற்பகுதியில் அமையும் என்பதைக் காண்க.

328°

பதில் : 328^0

$328^0 = 270^0 + 58^0$ = நான்காம் காற்பகுதியில் அமையும்



4) கீழ்க்காணும் கோணத்தை ஆரையன் அளவுகளில் கூறுக.

150°

பதில் : $150^0 = 150 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$ ஆரையன்கள்

5) A முதல் காற்பகுதியில் இருக்கும்போது cos 2A-ன் மதிப்பைக் காண்க $\sin A = \frac{4}{5}$

பதில் : $\sin A = \frac{4}{5}$

$\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A = 1 - 2\left(\frac{4}{5}\right)^2$

$= 1 - 2 \times \frac{16}{25} = 1 - \frac{32}{25} = \frac{25-32}{25} = \frac{-7}{25}$

6) $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ முதன்மை மதிப்பைக் காண்க.

பதில் : $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = y$ என்க. இங்கு $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \sin y = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow y = \frac{\pi}{3}$

எனவே, $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ இன் முதன்மை மதிப்பு $\frac{\pi}{3}$ ஆகும்.

7) $\tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ முதன்மை மதிப்பைக் காண்க.

பதில் : $\tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = y$ என்க. இங்கு $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

$\tan y = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan y = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow y = -\frac{\pi}{2}$

எனவே, $\tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ இன் முதன்மை மதிப்பு $-\frac{\pi}{6}$ ஆகும்.

8) $\cos 10^0 \cos 30^0 \cos 50^0 \cos 70^0 = \frac{3}{16}$ எனக் காண்பி.

பதில் : $\cos(60^0)\cos A\cos(60^0+A)=\frac{1}{4}\cos 3A$ என நமக்குத் தெரியும்

$\cos 10^0 \cos 30^0 \cos 50^0 \cos 70^0 = \cos 30^0\ [\cos 10^0 \cos 50^0 \cos 70^0]$

$= \cos 30^0\ [\cos(60^0 - 10^0)\cos 10^0 \cos 10^0 \cos(60^0+10^0)]$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\frac{1}{4}\cos 30^0\right] = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{3}{16}$

9) பின்வருவனவற்றைப் பெருக்கலாக கூறுக: $\cos 65^0 + \cos 15^0$

பதில் : $\cos 65^0 + \cos 15^0 = 2\cos\left(\frac{65+15}{2}\right).\cos\left(\frac{65-15}{2}\right)$

$= 2\cos 40^0 \cos 25^0$

10) பின்வருவனவற்றுக்கு முதன்மை தீர்வு மற்றும் பொதுத் தீர்வுகளைக் காண்க

$\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

பதில் : $\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}} < 0, \theta$, IV -ம் கால் பகுதியில் அமையும்.

$$tan\theta = \frac{-1}{\sqrt{3}} = tan\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow tan\theta = tan\left(\frac{-\pi}{6}\right)$$

$\Rightarrow \theta = \frac{-\pi}{6}$ என்பது முதன்மைத் தீர்வு

பொதுத் தீர்வு : $\theta = n\pi + \left(-\frac{\pi}{6}\right), n\varepsilon Z$

<u>3 மதிப்பெண் வினாக்கள்</u> 10 x 3 = 30

11) நிறுவுக: $\frac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$

பதில் : $\frac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1} = \frac{\tan\theta+\sec\theta-(\sec^2\theta-\tan^2\theta)}{\tan\theta-\sec\theta+1}$

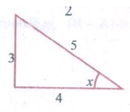
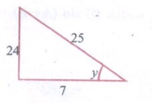
$= \frac{(\tan\theta+\sec\theta)(1-(\sec\theta-\tan\theta))}{\tan\theta-\sec\theta+1}$

$= \tan\theta + \sec\theta = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$

12) $\cos x = -\frac{4}{5}, \pi < x < \frac{3\pi}{2}$ மற்றும் $\sin y = -\frac{24}{25}, \pi < y < \frac{3\pi}{2}$ எனில் $\cos(x-y)$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

பதில் : $\cos x = -\frac{4}{5}, \pi < x < \frac{3\pi}{2}$ x, III -ம் கால் பகுதியில் அமைவதால் cot x, tanx மிகையாகும்

$\sin y = -\frac{24}{25}, \pi < y < \frac{3\pi}{2}$, y III -ம் கால் பகுதியில் அமைவதால் cot y ,tan y மட்டுமே மிகையாகும்.

$\sin x = \frac{-3}{5}$

$\sin y = \frac{-24}{25}$

$\cos x = \frac{-4}{5}$

$\cos y = \frac{-7}{25}$

$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$= \left(\frac{-4}{5}\right) \times \left(\frac{-7}{25}\right) + \left(\frac{-3}{5}\right) \times \left(\frac{-24}{25}\right)$

$= \frac{28}{125} + \frac{72}{125}$

$= \frac{100}{125} = \frac{4}{5}$

13) பின்வரும் சார்புகளை ஒற்றைச்சார்பு, இரட்டைச்சார்பு மற்றும் இரண்டும் இல்லை என வகைப்படுத்துக.

$\sin^2 x - 2\cos^2 x - \cos x$

பதில் : $f(x) = \sin^2 x - 2\cos^2 x - \cos x$ என்க ,

$f(-x) = f(x)$ [ஏனெனில், $\sin(-x) = -\sin x$ மற்றும் $\cos(-x) = \cos x$] எனவே , f (x) ஓர் இரட்டைச் சார்பு.

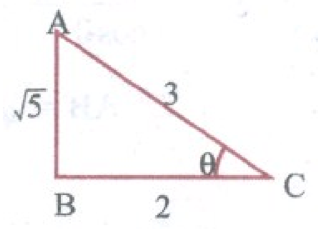
14) நிறுவுக: $1 - \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{\sin^3 x+\cos^3 x}{\sin x+\cos x}$

பதில் : $\frac{\sin^3 x+\cos^3 x}{\sin x+\cos x} = \frac{(\sin x+\cos x)(\sin^2 x-\sin x\cos x+\cos^2 x)}{\sin x+\cos x}$

$= 1 - \sin x\cos x = 1 - \frac{1}{2}\sin 2x$

15) பின்வரும் சார்பின் மதிப்பிற்கு மற்ற ஐந்து முக்கோணவியல் சார்புகளைக் காண்க.

$\cos\theta = \frac{2}{3}, \theta$ முதல் காற்பகுதியில் உள்ளது.

பதில் : 

cos θ = $\frac{2}{3}$, θ முதல் கால் பகுதியில் அமையும்

AB = $\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$

θ முதல் கால் பகுதியில் அமைவதால் அனைத்து முக்கோணவியல் விகிதங்களும் மிகையாகும்

sinθ = $\frac{\sqrt{5}}{3}$

tanθ = $\frac{\sqrt{5}}{2}$

cosecθ = $\frac{3}{\sqrt{5}}$

cot θ = $\frac{2}{\sqrt{5}}$

sec θ = $\frac{3}{2}$

16) (1+ tan 1^0)(1+ tan 2^0)(1+ tan 3^0)....(1+tan 44^0) என்பது 4 இன் மடங்கு என நிறுவுக.

பதில் : LHS = (1 + tan 1^0) (1 + tan 44^0) (1 + tan 2^0) (1 + tan 43^0) (1 + tan 3^0) (1 + tan 42^0)

$= \underbrace{(2)\,(2)..\,(2)\,(2)\,(2)\,(2)}_{22\ \text{தடவைகள்}}$

(∵ 1 + 44^0 = 45^0, (1 +tan 1)(1 + tan 44^0) = 2)

= 2^{22} = $(2^2)^{11}$ = 4^{11}

∴ இது 4-இன் மடங்கு ஆகும். எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

17) Δ ABC இல் a = $\sqrt{3}-1$, p = $\sqrt{3}+1$ மற்றும் C = 60° எனில், மூன்றாவது பக்கம் மற்றும் இரு கோணங்களைக் காண்க.

பதில் : நேப்பியரின் சூத்திரத்தின் படி

$\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)=\frac{a-b}{b-c}\cot\frac{C}{2}=\frac{(\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}+1)}\cot\frac{60^0}{2}$

= $\frac{2}{2\sqrt{3}}\cot 30^0=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}$ = 1

∴ $\frac{A-B}{2}$ = 45^0 ⇒ A - B = 90^0 .....(1)

A + B = 180^0 - C = 180^0 - 60^0 = 120^0 .....(2)

(1) + (2)லிருந்து ⇒ A - B = 90

A + B = 120

2A = 210 ⇒ 0

0 என (2) ல் பிரதியிட

B = 120 - 105 = 15^0

சைன் விதிப்படி

$\frac{C}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}\Rightarrow C=\frac{a\sin C}{\sin A}$

C = $\frac{(\sqrt{3}+1)\sin 60^0}{\sin 105^0}=\frac{(\sqrt{3}+1)\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{2}$

∴ 0, **0, C =** $\sqrt{6}$

18) ΔABC-இல் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $\Delta=\frac{b^2+c^2-a^2}{4\cot A}$ என நிறுவுக.

பதில் : R.H.S == $\frac{b^2+c^2-a^2}{4cotA}$

$=\frac{b^2+c^2-a^2}{4\frac{cotA}{sinA}}=\frac{b^2+c^2-a^2}{4cotA}\times sinA$

$=\frac{b^2+c^2-a^2}{4(\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc})}sinA$

$=\frac{sinA}{4}\times 2bc=\frac{1}{2}bcsinA$

$=\triangle ABC$ -ன் பரப்பு

$\therefore\triangle=\frac{b^2+c^2-a^2}{4cotA}$

19) தீர்க்க $3\cos^2\theta=\sin^2\theta$

பதில் : $3\cos^2\theta=\sin^2\theta$

$3\cos^2\theta=1-\cos^2\theta\Rightarrow\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

$\frac{\cos 2\theta+1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow\cos 2\theta=-\frac{1}{2}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$2\theta=2n\pi\pm\frac{2\pi}{3},n\in Z\Rightarrow\theta=n\pi\pm\frac{\pi}{3},n\in Z$

20) எந்தவொரு, Δ ABC இல் a cosA + b cosB + c cosC = $\frac{8\Delta^2}{abc}$ என நிறுவுக.

பதில் : a cosA + b cosB + c cosC = 2a sinBsinC என நமக்குத் தெரியும்,

எனவே, a cosA + b cosB + c cosC = $2a\left(\frac{2\Delta}{ac}\right)\left(\frac{2\Delta}{ab}\right) = \frac{8\Delta^2}{abc}$

5 மதிப்பெண் வினாக்கள் 5 x 5 = 25

21) நிறுவுக. $\sin(n+1)\theta\sin(n-1)\theta+\cos(n+1)\theta\cos(n-1)\theta=\cos 2\theta, n\in Z$

பதில் : L.H.S = sin (n + 1) θ sin (n - 1) θ + cos (n + 1) θ cos (n - 1) θ, n ∈Z

= cos [(n + 1)θ - (n - 1)θ] [∵ cos (A - B) = cosA cosB + sin A sinB]

= cos [nθ + θ - nθ + θ] A = (n + 1)θ, B = (n - 1)θ

= cos 2θ = R.H.S

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

22) நிறுவுக. A(9, 12) என்ற புள்ளி தளத்தில் O ஐப் பொறுத்து இடஞ்சுழியாக 60° கோணத்தில் சுழலும்போது அடையும் புதிய நிலை B என்க, B இன் ஆயத்தொலைவுகளைக் காண்க.

பதில் : A(9, 12) = A(r cos θ, r sin θ) இங்கு r = OA என்க .

எனவே , r cos θ = 9 மற்றும் r sin θ = 12 ஆகும்.

r^2 = 81 + 144 = 225 ⇒ r = 15

எனவே , A என்பது A(15 cos θ, 15 sin θ)

இங்கு, B என்பது B(15 cos (θ + 60°), 15 sin(θ + 60°))

15cos (θ + 60°) = 15(cos θ cos 60° - sin θ sin 60°)

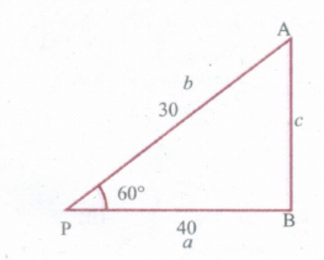
= (15 cos θ)cos 60° - (15 sin θ) sin 60°

= $9\times\frac{1}{2}-12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}(3-4\sqrt{3})$

அதே போல், 15 sin(θ + 60°) = $\frac{3}{2}(4+3\sqrt{3})$

எனவே , B என்பது $B\left(\frac{3}{2}(3-4\sqrt{3}), \frac{3}{2}(4+3\sqrt{3})\right)$ ஆகும்.

23) இரண்டு வாகனங்கள் ஒரு புள்ளி P லிருந்து ஒரே நேரத்தில் தொடங்கி இரு வெவ்வேறு சாலைகளில் பயணிக்கிறது. ஒரு வாகனம் 60 கிமீ/மணி, மற்றொரு வாகனம் 80 கிமீ/மணி என்ற சராசரி வேகத்தில் பயணிக்கிறது. அரை மணி நேரத்திற்குப் பிறகு அவ்வாகனங்கள் A மற்றும் B ஐ அடைகின்றன. கோடு AB ஆனது P இல் தாங்கும் கோணம் 60° எனில், AB ஐக் காண்க.

பதில் : 

வேகம் I =60 கி.மீ/மணி

நேரம் =1/2 hr

∴ தூரம் =வேகம் x நேரம் =60 x $\frac{1}{2}$=30 கி.மீ

வேகம் II =80 km/hr

நேரம் =1/2 hr

∴ தூரம் =வேகம் x நேரம் =80 x $\frac{1}{2}$=40 கி.மீ

∠APB=60^0

கொசைன் விதியைப் பயன்படுத்தி

$c^2=a^2+b^2$-2abc

$c^2=40^2+30^2$-2(40)(30)60

c^2=1600+900-2(40)(30) x $\frac{1}{2}$=2500-(40)(30)=1300

c=$\sqrt{1300}=\sqrt{13\times100}=10\sqrt{13}$ கி.மீ.

24) சைன் விதிப் பயன்படுத்தி வீழல் சூத்திரத்தை வருவி.

பதில் : சைன் விதி $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ = k

a = k sin A, b = ksin B, c = k sin C.

a = b cos C + c coa B, b = c coa A + a cos C

c = a cos B + b cos A

a = b cos C + c cos B ஐ நிரூபிக்க

R.H.S = b cos C + c cos B

= k sin B cos C + k sin C cos B = k (sin B cos C + sin C cos B)

= k sin (B + C)

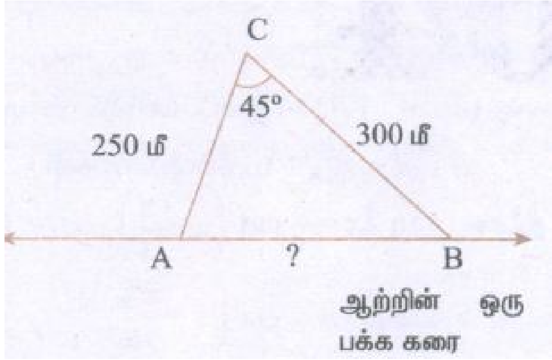
= k sin (180 - A) ($\because$ A + B + C = 180^0)

= k sin A = a = L.H.S

b = c cos A + a cos C, c = a cos B + b cos A என நிரூபிக்கலாம்

25) ஆற்றினுள் உள்ள C என்ற புள்ளியிலிருந்து ஆற்றின் ஒரு பக்கக் கரையில் 250மீ தூரத்தில் A, B என்ற இரு வெவ்வேறு மரங்கள் உள்ளன. கோணம் C=45°, எனில் இரு மரங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் காண்க.
√2=1.414)

பதில் :



$a^2=b^2+c^2-2$ bc cos A

=3002+2502-2(300)(250)cos 45o

=90000+62500-2(75000)$\frac{1}{\sqrt{2}}$

=152500-√2x75000

=152500-1.414x75000=152500-1414x75

=152500-106050=46450

$\therefore \sqrt{46450}$=215.5=216 மீ