

QB365 Question Bank Software Study Material

வகை நுண்கணிதம் வகைமை மற்றும் வகையிடல் முறைகள் முக்கியமான 2,3 & 5 மதிப்பெண் வினாக்கள் விடைகளுடன்(புத்தக & ஆக்கபூர்வமான வினாக்கள்)

11ம் வகுப்பு
கணிதம்

மொத்த மதிப்பெண் : 75

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 2 = 20

- 1) $f(x) = 7x + 5$ எனும் வளைவரைக்கு $(x_0, f(x_0))$ எனும் புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சாய்வின் கணக்கை காண்க.

பதில் : படிநிலை (i) $f(x_0) = 7x_0 + 5$.

எந்தவொரு $\Delta x \neq 0$ -க்கும்,

$$f(x_0 + \Delta x) = 7(x_0 + \Delta x) + 5 \\ = 7x_0 + 7\Delta x + 5$$

படிநிலை (ii) $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

$$= (7x_0 + 7\Delta x + 5) - (7x_0 + 5) = 7\Delta x$$

படிநிலை (iii) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 7$

எனவே, $f(x) = 7x + 5$ எனும் வளைவரையில் உள்ள எந்தவொரு புள்ளிக்கும்,

$$\text{படிநிலை (iv) } m_{tan} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (7) = 7$$

- 2) பின்வரும் சார்புகளைத் தொடர்புடைய சாராமறிகளைப் பொறுத்து வகையிடுக.

$$y = \sin x + \cos x$$

பதில் : $y = \sin x + \cos x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin x) + \frac{d}{dx}(\cos x) = \cos x - \sin x.$$

- 3) பின்வரும் சார்புகளைத் தொடர்புடைய சாராமறிகளைப் பொறுத்து வகையிடுக.

$$y = \cos x - 2 \tan x$$

பதில் : $y = \cos x - 2 \tan x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\cos x) - 2 \cdot \frac{d}{dx}(\tan x) \\ = -\sin x - 2 \sec^2 x.$$

- 4) வகையிடுக: $y = (x^3 - 1)^{100}$

பதில் : $u = x^3 - 1$ என்க.

$$y = u^{100}$$

$$\text{மற்றும் } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} \\ = 100u^{100-1} \times (3x^2 - 0) \\ = 100(x^3 - 1)^{99} \times 3x^2 \\ = 300x^2(x^3 - 1)^{99}.$$

- 5) வகையிடுக: $y = \frac{x^{\frac{3}{4}} \sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5}$

பதில் : இருபக்கமும் மடக்கையை எடுக்க,

$$\log y = \frac{3}{4} \log x + \frac{1}{2} \log(x^2 + 1) - 5 \log(3x + 2)$$

உட்படு வகையிடலின்படி,

$$\frac{y'}{y} = \frac{3}{4x} + \frac{1}{2} \frac{2x}{x^2+1} - \frac{5}{3x+2} \quad (3)$$

$$= \frac{3}{4x} + \frac{x}{x^2+1} - \frac{15}{3x+2}$$

$$\text{எனவே } \frac{dy}{dx} = y' = \frac{x^{\frac{3}{4}} \sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5} \left[\frac{3}{4x} + \frac{x}{x^2+1} - \frac{15}{3x+2} \right]$$

- 6) $x = at^2$; $y = 2at$, $t \neq 0$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ காண்க.

பதில் : $x = at^2$; $y = 2at$ என்பதால்

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2a}{2at} = \frac{1}{t}$$

7) $y = x^3 - 6x^2 - 5x + 3$ எனில், y' மற்றும் y'' ஆகியவற்றைக் காண்க.

பதில் : $y = x^3 - 6x^2 - 5x + 3$ மற்றும்

$$y' = 3x^2 - 12x - 5$$

$$y'' = 6x - 12$$

$$y''' = 6$$

8) கீழ்க்காண்பவற்றை வகையிடுக: $y = x^{\cos x}$

பதில் : $\log y = \log x^{\cos x} \Rightarrow \log y = \cos x \cdot \log x$

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \cos x \cdot \frac{d}{dx}(\log x) + \log x \cdot \frac{d}{dx}(\cos x)$$

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \cos x \times \frac{1}{x} + \log x(-\sin x)$$

$$= \frac{\cos x}{x} - \sin x \cdot \log x$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = y \left[\frac{\cos x}{x} - \sin x \cdot \log x \right]$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = x^{\cos x} \left[\frac{\cos x}{x} - \sin x \cdot \log x \right]$$

9) கீழ்க்காண்பவற்றை வகையிடுக: $y = x^{\log x} + (\log x)^x$

பதில் : $y = u + v \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} \dots \dots (1)$

$u = x^{\log x}$ என்க.

இரு புறமும் மடக்கை எடுக்க

$$\log u = \log x^{\log x} = \log x \cdot \log x = (\log x)^2$$

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dx} = 2 \log x \times \frac{1}{x} = \frac{2 \log x}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{du}{dx} = u \left(\frac{2 \log x}{x} \right) = x^{\log x} \left(\frac{2 \log x}{x} \right)$$

மற்றும் $v = (\log x)^x$

இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க

$$\log v = \log((\log x)^x) = x \cdot \log(\log x)$$

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx}(\log(\log x)) + \log(\log x) \cdot \frac{d}{dx}(x) \dots (1)$$

$$= x \cdot \frac{1}{\log x} \times \frac{1}{x} + \log(\log x)$$

$$= \frac{1}{\log x} + \log(\log x)$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dx} = v \left[\frac{1}{\log x} + \log(\log x) \right]$$

$$= (\log x)^x \left(\frac{1}{\log x} + \log(\log x) \right) \dots (3)$$

(2),(3)ஐ (1)-ல் பிரதியிட

$$\frac{dy}{dx} = x^{\log x} \left(\frac{2 \log x}{x} \right) + (\log x)^x \left[\frac{1}{\log x} + \log(\log x) \right]$$

10) கீழ்க்காண்பவற்றை வகையிடுக: $x^y = y^x$

பதில் : இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க

$$y \log x = x \log y$$

$$\Rightarrow y \times \frac{1}{x} + \log x \times \frac{dy}{dx} = x \times \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \log y \dots (1)$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} + \log x \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} + \log y$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \left(\log x - \frac{x}{y} \right) = \log y - \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \left(\frac{y \log x - x}{y} \right) = \frac{x \log y - y}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y(x \log y - y)}{x(y \log x - x)}$$

3 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 3 = 30

11) பின்வரும் சார்புத் தொடர்புடைய சாராமாறிகளைப் பொறுத்து வகையிடுக.

$$y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$$

பதில் : $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$

வகுத்தல் விதிப்படி

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{(\sin x + \cos x) \cdot \frac{d}{dx}(x) - x \cdot \frac{d}{dx}(\sin x + \cos x)}{(\sin x + \cos x)^2} \\ &= \frac{(\sin x + \cos x)(1) - x(\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2} \\ &= \frac{\sin x + \cos x - x \cos x + x \sin x}{(\sin x + \cos x)^2} \\ &= \frac{(1-x)\cos x + (1+x)\sin x}{(\sin x + \cos x)^2} \end{aligned}$$

12) பின்வரும் சார்புத் தொடர்புடைய சாராமாறிகளைப் பொறுத்து வகையிடுக.

$$y = e^{-x} \cdot \log x$$

பதில் : $y = e^{-x} \cdot \log x$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= e^{-x} \cdot \frac{d}{dx}(\log x) + \log x \cdot \frac{d}{dx}(e^{-x}) \\ &= e^{-x} \cdot \frac{1}{x} + \log x e^{-x}(-1) = \frac{e^{-x}}{x} - e^{-x} \log x \\ \frac{dy}{dx} &= e^{-x} \left(\frac{1}{x} - \log x \right) \end{aligned}$$

13) $(2x + 1)^5 (x^3 - x + 1)^4$ -ஐ வகையிடுக.

பதில் : $y = (2x + 1)^5 (x^3 - x + 1)^4$ என்க.

$u = 2x + 1$; $v = x^3 - x + 1$ என எடுத்துக்கொண்டால்

$$y = u^5 \cdot v^4$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= u^5 \cdot \frac{d}{dx}(v^4) + v^4 \cdot \frac{d}{dx}(u^5) \quad (\text{பெருக்கல் விதிப்படி}) \\ &= u^5 \cdot 4v^{4-1} \frac{dv}{dx} + v^4 \cdot 5u^{5-1} \frac{du}{dx} \quad (\text{இணைப்பு விதிப்படி}) \\ &= 4u^5 \cdot v^3 \times (3x^2 - 1) + 5v^4 u^4 \times 2 \\ &= 4(2x + 1)^5 (x^3 - x + 1)^3 (3x^2 - 1) + 10(x^3 - x + 1)^4 (2x + 1)^4 \\ &= (2x + 1)^4 (x^3 - x + 1)^3 [4(2x + 1)(3x^2 - 1) + 10(x^3 - x + 1)] \\ &= 2(2x + 1)^4 (x^3 - x + 1)^3 (17x^3 + 6x^2 - 9x + 3) \end{aligned}$$

14) கீழ்க்காணும் சார்புக்கு வகைக்கெழுக் காண்க:

$$y = \sin^3 x + \cos^3 x$$

பதில் : $y = \sin^3 x + \cos^3 x$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx}(\sin^3 x) + \frac{d}{dx}(\cos^3 x) \\ &= 3 \sin^2 x \cdot \frac{d}{dx}(\sin x) + 3 \cos^2 x \cdot \frac{d}{dx}(\cos x) \\ &= 3 \sin^2 x \cos x + 3 \cos^2 x (-\sin x) \\ &= 3 \sin^2 x \cos x - 3 \sin x \cos^2 x \\ &= 3 \sin x \cos x (\sin x - \cos x) \end{aligned}$$

15) $\sin y = y \cos 2x$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ காண்க.

பதில் : $\sin y = y \cos 2x$.

$$\begin{aligned} \text{வகையீடு செய்ய, } \frac{d}{dx}(\sin y) &= \frac{d}{dx}(y \cos 2x) \\ \text{அதாவது, } \cos y \frac{dy}{dx} &= y(-2 \sin 2x) + \cos 2x \frac{dy}{dx} \\ \text{இதிலிருந்து } 2(\cos y - \cos 2x) \frac{dy}{dx} &= -2y \sin 2x \\ \text{அல்லது } \frac{dy}{dx} &= \frac{-2y \sin 2x}{\cos y - \cos 2x} \end{aligned}$$

16) வகையிடுக: $y = x^{\sqrt{x}}$

பதில் : இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க: $\log y = \sqrt{x} \log x$

$$\begin{aligned} \text{உட்படு வகையிடலின்படி, } \frac{y'}{y} &= \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \log x \\ &= \frac{\log x + 2}{2\sqrt{x}} \\ \text{எனவே, } \frac{d}{dx}(x^{\sqrt{x}}) &= y' = x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\log x + 2}{2\sqrt{x}} \right) \end{aligned}$$

17) கீழ்க்காண்பவற்றை வகையிடுக: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

பதில் : $\frac{1}{a^2}(2x) + \frac{1}{b^2}(2y)\frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow \frac{2x}{a^2} + \frac{2y}{b^2}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$

$\Rightarrow \frac{2y}{b^2}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{-2x}{a^2}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{a^2} \times \frac{b^2}{2y} = \frac{-b^2x}{a^2y}$

18) கீழ்க்காண்பவற்றை வகையிடுக: $\sqrt{x^2 + y^2} = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

பதில் : $\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dx}(x^2 + y^2) = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{x^2}} \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{y}{x}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x^2 + y^2}}[2x + 2y\frac{dy}{dx}] = \frac{x\frac{dy}{dx} - y}{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow \frac{2(x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}}\left[x + y\frac{dy}{dx}\right] = x \cdot \frac{dy}{dx} - y$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2}\left[x + y\frac{dy}{dx}\right] = x \cdot \frac{dy}{dx} - y$

$\Rightarrow x\sqrt{x^2 + y^2} + y\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \frac{dy}{dx} = x \cdot \frac{dy}{dx} - y$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}[y\sqrt{x^2 + y^2} - x] = -x\sqrt{x^2 + y^2} - y$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \frac{-x\sqrt{x^2 + y^2} - y}{y\sqrt{x^2 + y^2} - x} = \frac{x\sqrt{x^2 + y^2} + y}{x - y\sqrt{x^2 + y^2}}$

19) கீழ்க்காண்பவற்றை வகையிடுக : $\tan(x + y) + \tan(x - y) = x$

பதில் : $\sec^2(x + y)\frac{d}{dx}(x + y) + \sec^2(x - y)\frac{d}{dx}(x - y) = 1$

$\Rightarrow \sec^2(x + y)\left[1 + \frac{d}{dx}\right] + \sec^2(x - y)\left[1 - \frac{d}{dx}\right] = 1$

$\Rightarrow \sec^2(x + y) + \sec^2(x + y)\frac{dy}{dx} + \sec^2(x - y) - \sec^2(x - y)\frac{dy}{dx} = 1$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}[\sec^2(x + y) - \sec^2(x - y)] = 1 - \sec^2(x + y) - \sec^2(x - y)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1 - \sec^2(x + y) - \sec^2(x - y)}{\sec^2(x + y) - \sec^2(x - y)}$

20) $x = x_0$ என்ற புள்ளியில் f வகைமையானால் அப்புள்ளியில் f தொடர்ச்சியானதாக இருக்கும்.

பதில் : x_0 எனும் புள்ளியைக் கொண்ட (a, b) என்ற இடைவெளியில் $f(x)$ வகைமையானது என்க. எனவே,

$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ கிடைக்கப்பெற்று $f(x_0)$ என்பது ஒரு முடிவுறு எண் என்பது புலனாகிறது.

இப்போது $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \times \Delta x$

$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \right] \times \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x)$

$= f'(x_0) \times 0 = 0$

இதிலிருந்து $x = x_0$ -ல் f தொடர்ச்சியாக இருக்கிறது என்பது உண்மையாகிறது.

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 x 5 = 25

21) கீழ்க்காணும் சார்புக்கு வகைக்கெழுக் காண்க:

$s(t) = \sqrt[4]{\frac{t^3 + 1}{t^3 - 1}}$

பதில் : $s(t) = \sqrt[4]{\frac{t^3+1}{t^3-1}} = (t^3+1)^{\frac{1}{4}}(t^3-1)^{-\frac{1}{4}}$

$u = t^3 + 1$ மற்றும் $v = t^3 - 1$ என்க.

$\Rightarrow \frac{du}{dt} = 3t^2$ மற்றும் $\frac{dv}{dx} = 3t^2$

$\therefore s(t) = u^{\frac{1}{4}} \cdot v^{-\frac{1}{4}}$

$s'(t) = u^{\frac{1}{4}} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)v^{-\frac{1}{4}-1} \cdot \frac{1}{4}u^{-\frac{1}{4}-1} \cdot \frac{du}{dt}$

$= \frac{-u^{\frac{1}{4}}v^{-\frac{5}{4}}}{4}(3t^2) + \frac{v^{-\frac{1}{4}}u^{-\frac{3}{4}}}{4}(3t^2)$

$= \frac{-(t^3+1)^{\frac{1}{4}}(t^3-1)^{-\frac{5}{4}}}{4} \cdot (3t^2)$

$+ \frac{(t^3+1)^{-\frac{1}{4}}(t^3-1)^{-\frac{3}{4}}}{4} (3t^2)$

$= \frac{-3t^2}{4} \frac{(t^3+1)^{\frac{1}{4}}}{(t^3+1)^{\frac{5}{4}}} + \frac{3t^2}{4} \frac{(t^3-1)^{-\frac{3}{4}}}{(t^3+1)^{\frac{1}{4}}}$

$= -\frac{3t^2}{4} \left[\frac{1}{(t^3-1)^{\frac{5}{4}}(t^3+1)^{\frac{1}{4}}} - \frac{1}{(t^3-1)^{\frac{1}{4}}(t^3+1)^{\frac{1}{4}}} \right]$

$= -\frac{3t^2}{4} \left[\frac{(t^3+1)-(t^3-1)}{(t^3-1)^{\frac{5}{4}}(t^3+1)^{\frac{3}{4}}} \right]$

$= -\frac{3t^2}{4} \left[\frac{t^3+1-t^3+1}{(t^3-1)^{\frac{5}{4}}(t^3+1)^{\frac{3}{4}}} \right]$

$= -\frac{3t^2}{4} \left[\frac{2}{(t^3-1)^{\frac{5}{4}}(t^3+1)^{\frac{3}{4}}} \right] = \frac{-3t^2}{2(t^3-1)^{\frac{5}{4}}(t^3+1)^{\frac{3}{4}}}$

22) கீழ்க்காண்பவற்றை வகையிடுக: $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \frac{2t}{1+t^2}$

பதில் : $\frac{dx}{dt} = \frac{(1-t^2)(-2t) - (1-t^2)(2t)}{(1+t^2)^2}$

$= \frac{-2t - 2t^3 - 2t + 2t^3}{(1+t^2)^2}$

$= \frac{-4t}{(1+t^2)^2}$

$y = \frac{2t}{1+t^2}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{(1-t^2)(2) - 2t(2t)}{(1+t^2)^2}$

$= \frac{2+2t^2-4t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{2-2t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{2(1-t^2)}{(1+t^2)^2}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{2(1-t^2)}{(1+t^2)^2}}{\frac{-4t}{(1+t^2)^2}} = \frac{2(1-t^2)}{(1+t^2)^2} \times \frac{(1+t^2)^2}{-4t} = \frac{1-t^2}{-2t} = \frac{t^2-1}{2t}$

23) $\tan^{-1} \left(\frac{\cos x}{1+\sin x} \right)$ ஐ பொறுத்து $\tan^{-1} \left(\frac{\sin x}{1+\cos x} \right)$ -ன் வகைக்கெழுவைக் காண்க.

பதில் : $u = \tan^{-1} \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)$

$v = \tan^{-1} \left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right)$ என்க

$u = \tan^{-1} \left(\frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} \right)$

$[\because \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta, 1 + \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta]$

$u = \tan^{-1} \left(\tan \frac{x}{2} \right) \Rightarrow \frac{x}{2}$

$\therefore \frac{du}{dx} = \frac{1}{2}$

$v = \tan^{-1} \left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right)$

$v = \tan^{-1} \frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right)}{1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right)}$

$[\because \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = \cos x$ மற்றும் $\sin x = -\cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right)]$

$= \tan^{-1} \left(\frac{2 \sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2} \right)}{2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2} \right)} \right)$

$[\because \sin \theta = 2 \sin \theta / 2 \cos \theta / 2]$

$= \tan^{-1} \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2} \right) \right)$

$= \tan^{-1} \left\{ \tan \left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) \right\}$

$= \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$

$\therefore \frac{dv}{dx} = -\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{du}{dv} = \frac{\frac{du}{dx}}{\frac{dv}{dx}} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{-2}{1}$

$\therefore \frac{du}{dv} = -1$

24) $y = e^{\tan^{-1} x}$ எனில், $(1 + x^2)y'' + (2x - 1)y' = 0$ எனக்காட்டுக.

பதில் : $y = e^{\tan^{-1} x}$

$y' = y = e^{\tan^{-1} x} \cdot \frac{d}{dx} (\tan^{-1} x)$

$\Rightarrow y' = e^{\tan^{-1} x} \frac{1}{1 + x^2}$

$\Rightarrow (1 + x^2)y' = y [\because y = e^{\tan^{-1} x}]$

'x'-ஐப் பொறுத்து மீண்டும் வகைப்படுத்த

$(1 + x^2)y'' + y'(2x) = y'$

$\Rightarrow (1 + x^2)y'' + 2xy' - y' = 0$

$\Rightarrow (1 + x^2)y'' + (2x - 1)y' = 0$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

25) $\sin y = x \sin (a + y)$ எனில், $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a+y)}{\sin a}$ என நிரூபிக்க. இங்கு $a \neq n\pi$.

பதில் : $\sin y = x \sin (a + y) \dots (1)$

'x'-ஐப் பொறுத்து வகைப்படுத்த

$\cos y \frac{dy}{dx} = x \cos (a + y) \left(\frac{dy}{dx} \right) + \sin (a + y) \dots (1)$

[பெருக்கல் விதிப்படி]

$\Rightarrow \cos y \frac{dy}{dx} = x \cos (a + y) \left(\frac{dy}{dx} \right) + \sin (a + y)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} (\cos y - x \cos (a + y)) = \sin (a + y)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sin (a + y)}{\cos y - x \cos (a + y)} = \frac{\sin (a + y)}{\cos y - \frac{\sin y}{\sin (a + y)} \cdot \cos (a + y)}$

[(1)லிருந்து]

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin (a + y) \cos y - \sin y \cos (a + y)} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin (a + y - y)}$

$[\because \sin (A + B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B]$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin a}$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.