

# QB365 Question Bank Software Study Material

வெக்டர் இயற்கணிதம் முக்கியமான 2,3 & 5 மதிப்பெண் வினாக்கள் விடைகளுடன்(புத்தக & ஆக்கபூர்வமான வினாக்கள்)

11ம் வகுப்பு  
கணிதம்

மொத்த மதிப்பெண் : 75

## 2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 2 = 20

- 1) கீழ்க்காணும் வெக்டர்களுக்குத் திசை விகிதங்கள் மற்றும் திசைக் கொசைன்களைக் காண்க.  
 $3\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$

**பதில் :**  $3\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$  -ன் திசை விகிதங்கள் 3.4.-6.

திசைக் கொசைன்கள்  $\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ . இங்கு  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

எனவே திசைக் கொசைன்கள்  $\frac{3}{\sqrt{61}}, \frac{4}{\sqrt{61}}, \frac{-6}{\sqrt{61}}$  ஆகும்

- 2) கீழ்காண்பவைகளுக்கு  $\vec{a}, \vec{b}$  காண்க

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}, \vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{k}$$

**பதில் :**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}) \cdot (3\hat{i} - 2\hat{k}) = (1)(3) + (1)(0) + (5)(2)$   
 $= 3 - 10 = -7$

- 3)  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  எனில்,  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$  -ஐக் காண்க.

**பதில் :**  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) = 2\vec{a} \cdot \vec{a} + 5\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{b} \cdot \vec{b}$   
 $= 2(1 + 1 + 4) + 5(3 + 2 - 2) - 3(9 + 4 + 1) = -15.$

- 4) கீழ்க்காணும் விகிதங்களை திசைக் கொசைன்களாக கொண்டு ஒரு வெக்டர் அமையுமா என சரிபார்க்க.

$$\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$$

**பதில் :** கொடுக்கப்பட்டுள்ள விகிதங்கள்  $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ .

$l = \frac{1}{5}, m = \frac{3}{5}, n = \frac{4}{5}$  என்க.

$$\therefore l^2 + m^2 + n^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= \frac{1}{25} + \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = \frac{1+9+16}{25}$$

$$= \frac{26}{25} \neq 1$$

திசைக்கொசைன்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 1 ஆக இருக்க வேண்டும்.

$\therefore$  கொடுக்கப்பட்ட விகிதங்களை திசைக் கொசைன்களாகக் கொண்டு ஒரு வெக்டர் அமையாது.

- 5) கீழ்க்காணும் வெக்டர்கள்  $\vec{a}, \vec{b}$  ஆகியவை செங்குத்து எனில்,  $\lambda$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

$$\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k} \text{ மற்றும் } \vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

**பதில் :**  $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$

$$\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}) \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$= 2 \times 1 + \lambda \times -2 + 1 \times 3$$

$$= 2 - 2\lambda + 3 = 0$$

$\vec{a}, \vec{b}$  ஆகியவை செங்குத்து வெக்டர்கள் எனில்  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\therefore 5 - 2\lambda = 0$$

$$\Rightarrow 2\lambda = 5$$

$$\lambda = \frac{5}{2}$$

- 6) கீழ்க்காணும் விகிதங்களை திசைக் கொசைன்களாக கொண்டு ஒரு வெக்டர் அமையுமா என சரிபார்க்க.

$$\frac{4}{3}, 0, \frac{3}{4}$$

**பதில் :**  $l = \frac{4}{3}, m = 0, n = \frac{3}{4}$

$$l^2 + m^2 + n^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 0^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$= \frac{16}{9} + 0 + \frac{9}{16}$$

$$= \frac{256+81}{144} = \frac{337}{144} \neq 0$$

$\therefore$  கொடுக்கப்பட்ட விகிதங்களை திசைக்கொசைன்களாகக் கொண்டு ஒரு வெக்டர் அமையாது.

- 7) கொடுக்கப்பட்ட திசை விகிதங்களைக் கொண்ட ஒரு வெக்டரின் திசைக் கொசைன்களைக் காண்க.  
3,-1,3

**பதில் :**  $x=3, y=-1, z=3$

$$\begin{aligned} \therefore r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ &= \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{9 + 1 + 9} = \sqrt{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{திசைக் கொசைன்கள்} &= \frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r} \\ &= \frac{3}{\sqrt{19}}, \frac{-1}{\sqrt{19}}, \frac{3}{\sqrt{19}} \end{aligned}$$

- 8)  $A(2,3,1)$  மற்றும்  $B(3,-1,2)$  எனில்,  $\overline{AB}$ -ன் திசைக் கொசைன்களைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{பதில் : } \overline{AB} &= \overline{OB} - \overline{OA} = \hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k} \\ \text{திசைக் கொசைன்கள்} &= \frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{-4}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}} \end{aligned}$$

- 9) 2,3,6-ஐ திசை விகிதங்களாகவும் எண்ணளவு 5-ம் உடைய வெக்டரைக் காண்க.

**பதில் :** திசைக் கொசைன்கள்  $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ .

$$\text{அலகு வெக்டர் } \frac{2}{7}\hat{i} + \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{6}{7}\hat{k}.$$

$$\text{தேவையான வெக்டர் } \frac{5}{7}(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}).$$

- 10) (2, 3, 1) மற்றும் (3, -1, 2)-ஐ இணைக்கும் கோட்டின் திசைக் கொசைன்களைக் காண்க.

**பதில் :** A மற்றும் B என்ற புள்ளிகள் (2, 3, 1) மற்றும் (3, -1, 2) என்க.  $\overline{AB}$  - ன் திசைக் கொசைன்கள்  $\frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{-4}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}}$

இருப்பினும், எந்த புள்ளியையும் முதல் புள்ளியாக எடுத்துக் கொள்ளலாம், எனவே இதற்கு எதிர்த் திசையிலும் திசை விகிதங்களை காணலாம். ஆகவே, நமக்கு  $\frac{-1}{\sqrt{18}}, \frac{4}{\sqrt{18}}, \frac{-1}{\sqrt{18}}$  என மற்றொரு தொகுப்பு திசைக் கொசைன்களாக கிடைக்கிறது.

### 3 மதிப்பெண் வினாக்கள்

10 x 3 = 30

- 11) A மற்றும் B என்ற இரு புள்ளிகள் நிலை வெக்டர்கள்  $2\vec{a} + 4\vec{b}$  மற்றும்  $2\vec{a} - 8\vec{b}$  என்க. A மற்றும் B -யை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டினை 1:3 என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாகவும், வெளிப்புறமாகவும் பிரிக்கும் புள்ளிகளின் நிலை வெக்டர்களைக் காண்க.

**பதில் :** O -வை ஆதியாகக் கொள்க.

$$\overline{OA} = 2\vec{a} + 4\vec{b} \text{ மற்றும் } \overline{OB} = 2\vec{a} - 8\vec{b} \text{ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.}$$

C மற்றும் D என்ற புள்ளிகள் AB என்ற கோட்டுத்துண்டை 1:3 என்ற விகிதத்தில் முறையே உட்புறமாகவும் வெளிப்புறமாகவும் பிரிக்கின்றது என்க. எனவே

$$\overline{OC} = \frac{3\overline{OA} + \overline{OB}}{3+1} = \frac{3(2\vec{a} + 4\vec{b}) + (2\vec{a} - 8\vec{b})}{4} = 2\vec{a} + \vec{b}$$

$$\overline{OD} = \frac{3\overline{OA} - \overline{OB}}{3-1} = \frac{3(2\vec{a} + 4\vec{b}) - (2\vec{a} - 8\vec{b})}{2} = 2\vec{a} + 10\vec{b}.$$

- 12)  $5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$  மற்றும்  $6\hat{i} - 8\hat{j} - \hat{k}$  ஆகிய வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க .

**பதில் :**  $\vec{a} = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{b} = 6\hat{i} - 8\hat{j} - \hat{k}$  என்க.

இவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $\theta$  என்க . எனவே ,

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{30 - 24 - 4}{\sqrt{50} \sqrt{101}} = \frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{101}}$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left[ \frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{101}} \right]$$

- 13)  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  ஆகியவற்றை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

$$\text{பதில் : } \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(1 + 4) - \hat{j}(3 - 4) + \hat{k}(-3 - 1) = 5\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |5\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}| = \sqrt{42}$$

இணைகரத்தின் பரப்பளவு  $\sqrt{42}$  ச.அலகுகள்

- 14) கீழ்க்காணும் வெக்டர்களுக்குத் திசைக் கொசைன்கள், மற்றும் திசை விகிதங்களைக் காண்க  
 $3\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$

**பதில் :**  $3\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$  திசை விகிதங்கள் 3, -4, 8.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16 + 64} = \sqrt{89}$$

திசைக் கொசைன்கள் =  $\frac{3}{\sqrt{89}}, \frac{-4}{\sqrt{89}}, \frac{8}{\sqrt{89}}$

- 15) கீழ்க்காணும் வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.  
 $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$  மற்றும்  $6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$

**பதில் :**  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$  என்க

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2} = \sqrt{4 + 9 + 36}$$

$$= \sqrt{49} = 7$$

$\vec{b} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$  என்க

$$|\vec{b}| = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 9 + 4}$$

$$= \sqrt{49} = 7$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}) \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= 2 \times 6 + 3 \times -3 + (-6) \times 2$$

$$= 12 - 9 - 12 = -9$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-9}{7 \times 7} = \frac{-9}{49}$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1}$$

- 16)  $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 6, |\vec{c}| = 7$  மற்றும்  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  எனில்  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ -ஐக் காண்க.

**பதில் :**  $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=6, |\vec{c}|=7$

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$$

$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b}) + 2(\vec{b} \cdot \vec{c}) + 2(\vec{c} \cdot \vec{a}) = 0$$

$$= 25 + 36 + 49 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = 0$$

$$\Rightarrow 110 + (\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = 0$$

$$\Rightarrow 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = -110$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -55$$

- 17)  $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  மற்றும்  $\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$  என்ற வெக்டர்கள் உள்ள தளத்திற்கு செங்குந்தாகவும் எண்ணளவு  $10\sqrt{3}$  உடைய அலகு வெக்டர்களைக் காண்க.

**பதில் :**  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

$$\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

$\vec{a}, \vec{b}$  வெக்டர் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் உள்ள அலகு

$$\text{வெக்டர்} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(8 - 3) - \hat{j}(4 - 1) + \hat{k}(3 - 2)$$

$$= 5\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{5^2 + (-3)^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{25 + 9 + 1} = \sqrt{35}$$

$\therefore 10\sqrt{3}$  எண்ணளவு கொண்ட அலகு வெக்டர்

$$= \pm 10\sqrt{3} \left( \frac{5\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{35}} \right)$$

- 18)  $\vec{a} = -3\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{b} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  எனில், கீழ்காண்பவைகளை சரிபார்க்க  
 $\vec{b}$  மற்றும்  $\vec{a} \times \vec{b}$  ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து

**பதில் :**  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -3 & 4 & -7 \\ 6 & 2 & -3 \end{vmatrix} = \hat{i}(-12 + 14) - \hat{j}(9 + 24) + \hat{k}(-6 - 24) = 2\hat{i} - 51\hat{j} - 30\hat{k}$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = (6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (2\hat{i} - 51\hat{j} - 30\hat{k}) = 12 - 102 + 90 = 0$$

எனவே,  $\vec{b}$  மற்றும்  $\vec{a} \times \vec{b}$  ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து

- 19)  $\vec{a}, \vec{b}$  ஆகியவை அலகு வெக்டர்கள் மற்றும்  $\theta$  என்பது இவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம் எனில்,  
 $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\vec{a} + \vec{b}|$  எனக் காட்டுக.

**பதில் :**  $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\vec{a} + \vec{b}|$   
 $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b})$   
 $= 1 + 1 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$   
 $= 2 + 2\cos\theta$   
 $= 2(1 + \cos\theta)$   
 $= 2(2\cos^2 \frac{\theta}{2}) = 4\cos^2 \frac{\theta}{2}$   
 $\therefore |\vec{a} + \vec{b}| = 2\cos \frac{\theta}{2}$   
 $\therefore \cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\vec{a} + \vec{b}|$

- 20)  $\vec{a}, \vec{b}$  ஆகியவை அலகு வெக்டர்கள் மற்றும்  $\theta$  என்பது இவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம் எனில்,  
 $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{|\vec{a} - \vec{b}|}{|\vec{a} + \vec{b}|}$  எனக் காட்டுக.

**பதில் :**  $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{|\vec{a} - \vec{b}|}{|\vec{a} + \vec{b}|}$   
LHS =  $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} = \frac{\frac{1}{2} |\vec{a} - \vec{b}|}{\frac{1}{2} |\vec{a} + \vec{b}|}$   
 $= \frac{|\vec{a} - \vec{b}|}{|\vec{a} + \vec{b}|} = \text{RHS}$

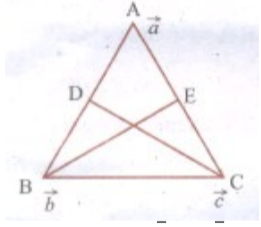
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

### 5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 x 5 = 25

- 21) முக்கோணம் ABC-ல் AB மற்றும் AC-ன் மையப்புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E எனில்  $\vec{BE} + \vec{DC} = \frac{3}{2} \vec{BC}$  என நிறுவுக.

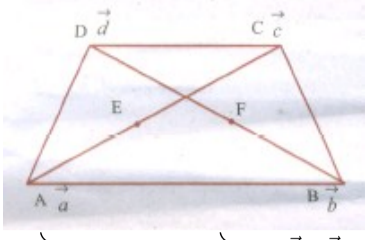
**பதில் :**  $\Delta ABC$ -ன் முனைப்புள்ளிகள் A, B, C-ன் நிலை வெக்டர்கள் முறையே  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  என்க  
D ஆனது AB-ன் நடுப்புள்ளி  
E ஆனது AC-ன் நடுப்புள்ளி



$\therefore \vec{OD} = \frac{\vec{OB} + \vec{OA}}{2}, \vec{OE} = \frac{\vec{OA} + \vec{OC}}{2}$   
 $= \frac{\vec{b} + \vec{a}}{2} \dots (1) = \frac{\vec{a} + \vec{c}}{2} \dots (2)$   
 $\therefore \vec{BE} = \vec{OE} - \vec{OB}$   
 $= \frac{\vec{a} + \vec{c}}{2} - \vec{b} = \frac{\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b}}{2}$   
 $\vec{DC} = \vec{OC} + \vec{OD}$   
 $= \vec{c} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} = \frac{2\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}}{2}$   
 $\therefore \vec{BE} + \vec{DC} = \frac{\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b}}{2} + \frac{2\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}}{2}$   
 $= \frac{\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b} + 2\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}}{2}$   
 $= \frac{3\vec{c} - 3\vec{b}}{2} = \frac{3(\vec{c} - \vec{b})}{2}$   
 $= \frac{3}{2} (\vec{OC} - \vec{OB}) = \frac{3}{2} \vec{BC}$   
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

- 22) ABCD என்ற நாற்கரத்தில் AC, BD-ன் நடுப்புள்ளிகள் E மற்றும் F ஆக இருப்பின்  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CB} + \vec{CD} = 4\vec{EF}$  என நிறுவுக.

**பதில் :** நாற்கரம் ABCD-யின் முனைப்புள்ளிகள் -யின் நிலைவெக்டர்கள்  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$  என்க. E, F என்பன AC, BD-யின் நடுப்புள்ளிகள்.



$$\vec{OE} = \frac{\vec{a} + \vec{c}}{2}, \vec{OF} = \frac{\vec{b} + \vec{d}}{2}$$

நிருபிக்க வேண்டியது:

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CB} + \vec{CD} \\ &= \vec{OB} - \vec{OA} + \vec{OD} - \vec{OA} + \vec{OB} - \vec{OC} + \vec{OD} - \vec{OC} \\ &= \vec{b} - \vec{a} + \vec{d} - \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} + \vec{d} - \vec{c} \\ &= -2\vec{a} + 2\vec{b} - 2\vec{c} + 2\vec{d} \\ &= 2(\vec{b} + \vec{d}) - 2(\vec{a} + \vec{c}) \\ &= 2[(2\vec{OF}) - (2\vec{OE})] \\ &= 2 \times 2 \cdot (\vec{OF} - \vec{OE}) = 4\vec{EF} = \text{RHS} \end{aligned}$$

எனவே நிருபிக்கப்பட்டது.

- 23)  $(a, a+b, a+b+c)$  என்பது  $(1, 0, 0)$  மற்றும்  $(0, 1, 0)$  ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டின் திசை விகிதங்கள் எனில்,  $a, b, c$  -ஐக் காண்க.

**பதில் :**  $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0)$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

(கொடுக்கப்பட்ட கோட்டை AB எனக் கொண்டால்)

$$= (0\hat{i} + \hat{j} + 0\hat{k}) - (\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k})$$

$$= -\hat{i} + \hat{j} \text{ இங்கு } x=-1, y=1, z=0$$

திசை விகிதங்கள்  $(-1, 1, 0) = (a, a+b, a+b+c)$

$$a = -1, a+b = 1$$

$$\Rightarrow -1+b = 1, \Rightarrow b = 1+1 = 2$$

$$a+b+c = 0 \Rightarrow -1+2+c = 0$$

$$\Rightarrow c = 1-2 = -1$$

$$\therefore (a, b, c) = (-1, 2, -1)$$

கொடுக்கப்பட்ட கொடு BA என எடுத்துக் கொண்டால்

$$\vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB}$$

$$= (\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) - (0\hat{i} + \hat{j} + 0\hat{k})$$

$$= \hat{i} - \hat{j} \text{ இங்கு } x=1, y=-1, z=0$$

$\therefore$  திசை விகிதங்கள்  $(1, -1, 0) = (a, a+b, a+b+c)$

$$a = 1, a+b = -1, 1+b = -1$$

$$\Rightarrow b = -1$$

$$a+b+c = 0,$$

$$\Rightarrow 1-1+c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = 0$$

$\therefore$  திசை விகிதங்கள்  $(a, b, c) = (1, -1, 0)$

- 24)  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{b} = \hat{i} + \lambda\hat{j} + 3\hat{k}$  ஆகிய வெக்டர்கள் இணை எனில்,  $\lambda$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

**பதில் :**  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$

$$\vec{b} = \hat{i} + \lambda\hat{j} + 3\hat{k}$$

$\vec{a} \parallel \vec{b}$  எனில்

$$\vec{a} = k\vec{b}$$

$$\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$$

$$= 3(\hat{i} + \frac{2}{3}\hat{j} + 3\hat{k}) \dots (1)$$

$$\vec{a} = 3(\hat{i} + \lambda\hat{j} + 3\hat{k}) \dots (2)$$

$$\vec{a} = 3\vec{b}$$

(1), (2) ஐ ஒப்பிட

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}$$

- 25)  $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  மற்றும்  $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  ஆகிய வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தை வெக்டர் பெருக்கத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

**பதில் :**  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

$$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$\vec{a}, \vec{b}$  வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $\theta$  வைக் காண

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(1 + 2) - \hat{j}(2 + 1) + \hat{k}(4 - 1)$$

$$= 3\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k} = 3(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = 3\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{3}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{1 + 4 + 1} = \sqrt{6}$$

$$\sin\theta = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}.$$